

$\begin{Bmatrix} C1 \\ C2 \end{Bmatrix}$ —2026—数理科学・物理・地球科学

専門(多肢選択式)試験問題

注 意 事 項

- 問題は **115 題(90 ページ)**あります。次のとおりⅠ部、Ⅱ部及びⅢ部を合計して **40 題**を解答してください。
 - **Ⅰ部(必須)**
No. 1 ~ No. 5 (**5 題**)は必須問題です。受験者全員が解答してください。
 - **Ⅱ部(選択A、選択Bから一つ選択)**
選択A又は選択Bのどちらか一つを任意に選択し、**10 題**を解答してください。答案用紙の「**選択**」の欄には、「**選択A**」を選択した場合は「**a**」、「**選択B**」を選択した場合は「**b**」をマークしてください。**マークされた一つの「選択」以外の問題は採点されません**ので、注意してください。
選択A(数 理 科 学 系) : No. 6 ~ No. 15 (**10 題**)
選択B(物理・地球科学系) : No. 16 ~ No. 25 (**10 題**)
 - **Ⅲ部(90 題から 25 題選択)**
90 題(No. 26 ~ No. 115)から**任意の 25 題**を選択して解答してください。なお、25 題を超えて解答しても超えた分については採点されません。
- 科目別構成の詳細は、この問題集の**裏表紙**に掲載されていますので、解答開始までによく読んでおいてください。
- 解答時間は **3 時間 30 分**です。
- 下書き用紙はこの問題集の**中央部**にとじ込んであります。**試験官の指示に従って、試験開始後に問題集から下書き用紙だけを慎重に引きはがして**使用してください。なお、誤って問題集を破損しても、問題集の交換はできませんので注意してください。
- この問題集で単位の明示されていない量については、全て国際単位系(SI)を用いることとします。
- この問題集は、本試験種目終了後に持ち帰りができます。
- 本試験種目の途中で退室する場合は、退室時の問題集の持ち帰りはできませんが、希望する方には後ほど渡します。別途試験官の指示に従ってください。なお、試験時間中に、この問題集から**下書き用紙以外**を切り取ったり、問題を転記したりしないでください。
- 下欄に受験番号等を記入してください。

第1次試験地	試験の区分 数理科学・物理・ 地球科学	受験番号	氏 名
--------	---------------------------	------	-----

指示があるまで中を開いてはいけません。

I 部(No. 1～No. 5)は**必須問題**です。これらの問題について、**全てを解答**してください。

解答は、問題番号に該当する答案用紙の番号欄に記入してください。

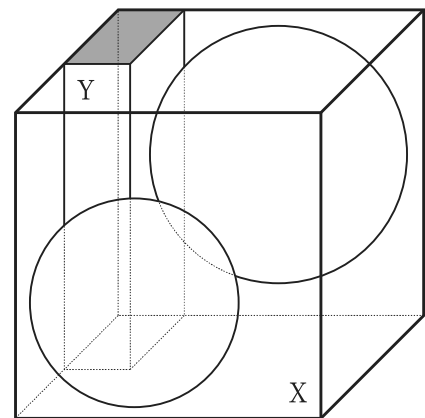
【No. 1】 2 次方程式 $x^2 - x - 1 = 0$ の 2 つの実数解を α, β とするとき、 $\alpha^5 + \beta^5$ はいくらか。

1. -11
2. -2
3. 5
4. 7
5. 11

【No. 2】 図のように、立方体 X に 2 つの球と直方体 Y が入っており、2 つの球はそれぞれ X の 3 面に接し、かつ互いに接している。また、 Y は X と 4 面を共有し、2 つの球に面で接している。このとき、 Y の上面(網掛け部分)の面積はいくらか。

ただし、球の半径はそれぞれ $3\sqrt{3}$ と $4\sqrt{3}$ であるとする。

1. 40
2. 42
3. 44
4. 46
5. 48



【No. 3】 次の定積分の値はいくらか。

$$\int_0^1 x \log_e(x^2 + 1) dx$$

1. $-\frac{1}{2} \log_e 2 + \frac{1}{2}$
2. $-\frac{1}{2} \log_e 2 + 1$
3. $\frac{1}{2} \log_e 2 - \frac{1}{4}$
4. $\log_e 2 - \frac{1}{2}$
5. $\log_e 2 - \frac{1}{4}$

【No. 4】 図のような、1 から 5 までの数が 1 つずつ書かれた 5 枚のカードが袋に入っている。
「袋からカードを無作為に 1 枚取り出し、書かれている数を記録して袋に戻す」という試行を考え
る。この試行を n 回繰り返して記録された数の和が偶数になる確率を p_n とするとき、 p_7 はいくら
か。

なお、 $5^6 = 15625$, $5^7 = 78125$ である。



1. $\frac{7812}{15625}$
2. $\frac{39061}{78125}$
3. $\frac{39062}{78125}$
4. $\frac{39063}{78125}$
5. $\frac{39064}{78125}$

【No. 5】 $p < q < r < s < A$ を正の定数とする。図 I は、 $x = r$ で最小値をとる関数 $f(x) = (x - p)^2(x - q)(x - s)$ のグラフである。図 II のフローチャートは、 α, ε を正の定数、 $x_0 \in [0, A]$ を初期値とする、ある処理を示したものである。このとき、 p, q, r, s のうち、 α, ε の値によらず、 x_0 の取り方により出力値となり得るもののみを全て挙げているのはどれか。

1. p
2. p, q, s
3. p, r
4. q, s
5. r

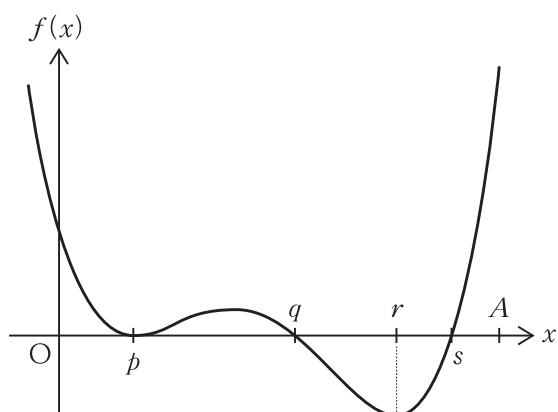


図 I

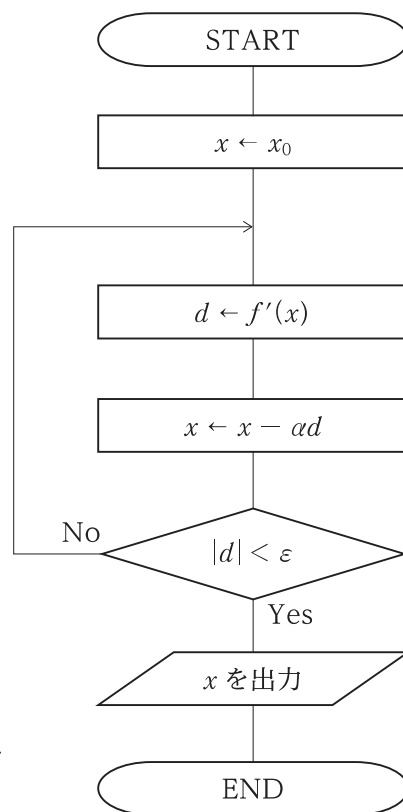


図 II

Ⅱ部(No. 6～No. 25)は**選択問題**です。これらの問題について、
選択A(数理科学系、No. 6～No. 15)又は**選択B**(物理・地球科学系、No. 16～No. 25)の
いずれか一方(10題)を選択して解答してください。

No. 6～No. 15 は選択A(数理科学系)です。

解答は、問題番号に該当する答案用紙の番号欄に記入してください。

【No. 6】 xy 平面上の直線 $y = \sqrt{3}x$ に関する点の対称移動を表す行列として正しいのはどれか。

なお、原点を中心に反時計回りに角 θ だけ回転する移動が、行列 $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ で表されることを用いてよい。

1. $\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

【No. 7】 a を実数とし、 $\mathbf{R}^3$ の実線形部分空間であって、 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ の生成するものを V 、 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a+5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 7a-13 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ a^2 \end{pmatrix}$ の生成するものを W とする。 $V \cap W$ の次元が 1 であり、 $V + W = \mathbf{R}^3$ であるとき、 W の次元 $\dim W$ 及び a の値の組合せとして正しいのはどれか。

ただし、 $V + W = \{\mathbf{v} + \mathbf{w} \in \mathbf{R}^3 \mid \mathbf{v} \in V, \mathbf{w} \in W\}$ とする。

	$\dim W$	a
1.	2	-11
2.	2	0
3.	2	8
4.	3	-5
5.	3	0

【No. 8】 線形写像 $f: \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^2$ を $f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 37 \\ 10 \end{bmatrix}$, $f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 22 \\ 4 \end{bmatrix}$, $f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 32 \\ 8 \end{bmatrix}$,
 $f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 30 \\ 10 \end{bmatrix}$ で定義する。このとき、 $\mathbf{R}^2$ の基底 $\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$ と $\mathbf{R}^4$ の標準基底 $\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right\}$

に関する線形写像 f の表現行列の $(2, 1)$ 成分はいくらか。

1. 2
2. 4
3. 6
4. 8
5. 10

【No. 9】 4 次正方形行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ -\sin\theta & \frac{1}{\tan\theta} & 1 & \cos\theta \\ \cos\theta & -1 & \tan\theta & -\sin\theta \\ 1 & \frac{1}{\cos\theta} & -\frac{1}{\sin\theta} & \tan\theta \end{pmatrix}$ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ の行列式

$\det A$ と等しいのは次のうちではどれか。

1. $\frac{4}{(\sin 2\theta)^2}$
2. $-\frac{4}{(\sin 2\theta)^2}$
3. $\frac{4\cos 2\theta}{(\sin 2\theta)^2}$
4. $-\frac{4\cos 2\theta}{(\sin 2\theta)^2}$
5. 0

【No. 10】 a, b, c を実数とし、次の行列 A が $f(\boldsymbol{v}) = A\boldsymbol{v}$ ($\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{R}^3$) によって定めるユークリッド空間 $\boldsymbol{R}^3$ 上の線形変換 f を考える。

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & \sqrt{3} & c \\ b-3 & (b-5)\sqrt{3} & c \\ 2 & (a+4)\sqrt{3} & c \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{R}^3$ 内の 8 点 $\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$ ($p, q, r = 0, 1$) を頂点とする立方体の f による像が、再び $\boldsymbol{R}^3$ 内の立方体となるとき、 a はいくらか。

1. -8
2. -4
3. -3
4. -1
5. 3

【No. 11】 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ で定義された関数 $f(x) = \sqrt{1 + \sin 2x}$ を $x = \frac{\pi}{4}$ のまわりでテイラー展開したとき、 $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^4$ の係数はいくらか。

1. $-\frac{\sqrt{2}}{6}$
2. $-\frac{\sqrt{2}}{24}$
3. 0
4. $\frac{\sqrt{2}}{24}$
5. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

【No. 12】 極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \sqrt{n^2 - k^2}$$

はいくらか。

1. $\log_e 2$
2. $1 - \log_e 2$
3. $\frac{\pi}{4}$
4. 1
5. $\frac{\pi}{2}$

【No. 13】 次の式により定義される数列 $\{F_n\}$ はフィボナッチ数列と呼ばれている。

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1, \\ F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \quad (n \geq 0)$$

このとき、整級数

$$\sum_{n=0}^{\infty} F_n x^n$$

の収束半径はいくらか。なお、必要であれば、フィボナッチ数列 $\{F_n\}$ の一般項は、

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right\}$$

と表されることを用いてよい。

1. $\frac{5 - \sqrt{5}}{10}$
2. $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$
3. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$
4. $\frac{5 + \sqrt{5}}{10}$
5. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

【No. 14】 ある部署では、各営業日において、業務 A, B, C のうちの 1 つのみが、それぞれ確率 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ で発生する。この部署に新規に配属された職員が、配属後 6 営業日目までは、毎日上司の指導を受けつつ、この部署での業務に携わる。A, B, C の個々の業務について、上司の指導の下で通算して 2 営業日以上経験した場合に限り、その業務を単独で遂行できる。このとき、配属後 7 営業日目に業務を単独で遂行できる確率 p は、最初の 6 営業日の間に発生した業務の履歴に依存する確率変数とみなせる。事象 $\left\{p > \frac{3}{5}\right\}$ の確率 $P\left(p > \frac{3}{5}\right)$ はいくらか。

ただし、各営業日に発生する業務の種類は、他の営業日に発生する業務の種類とは独立であるとする。また、各業務は発生した日のうちに終了するものとする。

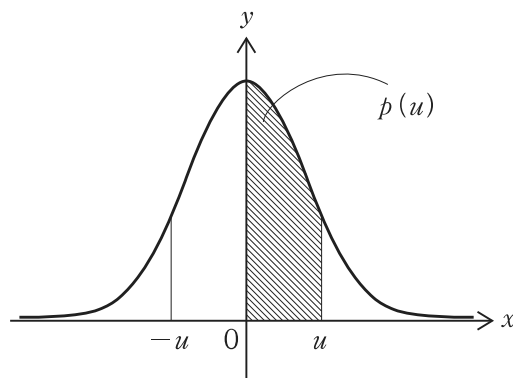
1. $\frac{25}{96}$
2. $\frac{31}{96}$
3. $\frac{25}{64}$
4. $\frac{25}{48}$
5. $\frac{65}{96}$

【No. 15】 ある工場では、1 個当たりの重さが 100 g の製品を製造しており、製造された製品のうち、98 g 未満の製品及び 102 g を超える製品を不良品としている。この製品 10,000 個の重さの分布を平均 100 g、標準偏差 1 g の正規分布で近似するとき、製品 10,000 個中に含まれる不良品の個数として最も妥当なのはどれか。

なお、ある確率変数 X が平均 m 、標準偏差 σ の正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うとき、次式で表される確率変数 Z は、標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うことを用いてよい。

$$Z = \frac{X - m}{\sigma}$$

また、右図は標準正規分布の確率密度関数のグラフであり、斜線部の面積 $p(u)$ の値は、以下の標準正規分布表(一部抜粋)を参照すること。



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.00000	.00399	.00798	.01197	.01595	.01994	.02392	.02790	.03188	.03586
0.1	.03983	.04380	.04776	.05172	.05567	.05962	.06356	.06749	.07142	.07535
0.2	.07926	.08317	.08706	.09095	.09483	.09871	.10257	.10642	.11026	.11409
0.3	.11791	.12172	.12552	.12930	.13307	.13683	.14058	.14431	.14803	.15173
0.4	.15542	.15910	.16276	.16640	.17003	.17364	.17724	.18082	.18439	.18793
⋮	⋮									
0.8	.28814	.29103	.29389	.29673	.29955	.30234	.30511	.30785	.31057	.31327
0.9	.31594	.31859	.32121	.32381	.32639	.32894	.33147	.33398	.33646	.33891
1.0	.34134	.34375	.34614	.34849	.35083	.35314	.35543	.35769	.35993	.36214
⋮	⋮									
1.9	.47128	.47193	.47257	.47320	.47381	.47441	.47500	.47558	.47615	.47670
2.0	.47725	.47778	.47831	.47882	.47932	.47982	.48030	.48077	.48124	.48169
⋮	⋮									

行が u の小数第 1 位まで、列が u の小数第 2 位に対応しており、例えば、 $p(0.38) = 0.14803$ であることが読み取れる。

1. 25
2. 105
3. 225
4. 455
5. 1025

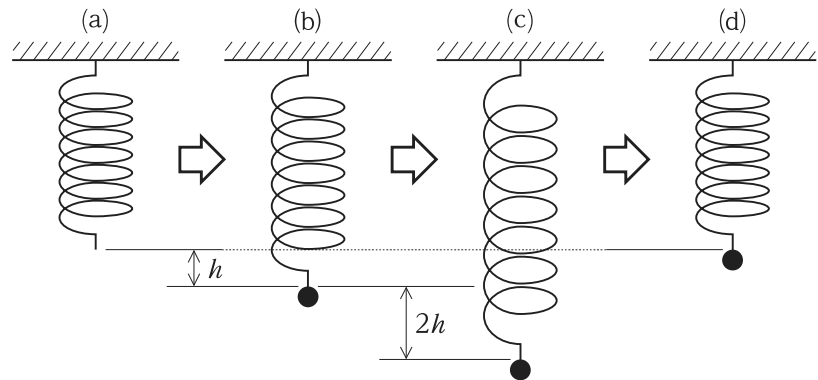
No. 16～No. 25 は選択B (物理・地球科学系)です。

解答は、問題番号に該当する答案用紙の番号欄に記入してください。

【No. 16】 図の(a)のように、上端が天井に固定された軽いばねがある。このばねの下端に小球を取り付けたところ、(b)のように、ばねの下端が(a)の位置から h だけ下がって静止した。ここで、(c)のように、更に $2h$ だけ小物体を下に引っ張り、静かに放した。その後、(d)のように、ばねの下端の位置が(a)と同じ高さまで上がったときの小球の速さとして最も妥当なのはどれか。

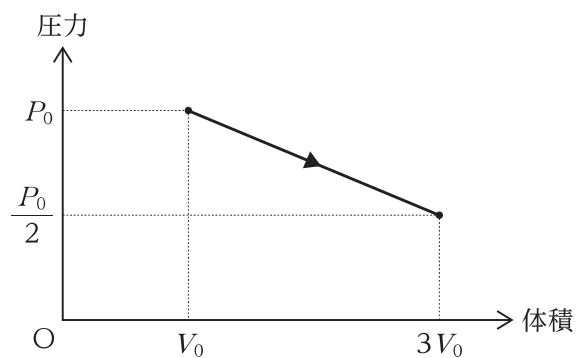
ただし、小球は鉛直方向のみに動き、空気抵抗はないものとする。また、重力加速度の大きさは g とする。

1. 0
2. $\sqrt{gh}$
3. $\sqrt{2gh}$
4. $\sqrt{3gh}$
5. $2\sqrt{gh}$



【No. 17】 圧力 P_0 、体積 V_0 、物質量 1 mol の単原子分子から成る理想気体がある。図のように、この理想気体の圧力が $\frac{1}{2}$ 倍、体積が 3 倍になるよう、可逆的に状態変化させた。この過程における理想気体の内部エネルギーの変化量と理想気体が受け取った熱量の組合せとして最も妥当なのはどれか。

	内部エネルギーの 変化量	受け取った熱量
1.	$\frac{3}{4}P_0 V_0$	$\frac{3}{2}P_0 V_0$
2.	$\frac{3}{4}P_0 V_0$	$\frac{9}{4}P_0 V_0$
3.	$\frac{3}{2}P_0 V_0$	$\frac{3}{4}P_0 V_0$
4.	$\frac{3}{2}P_0 V_0$	$\frac{3}{2}P_0 V_0$
5.	$\frac{3}{2}P_0 V_0$	$\frac{9}{4}P_0 V_0$

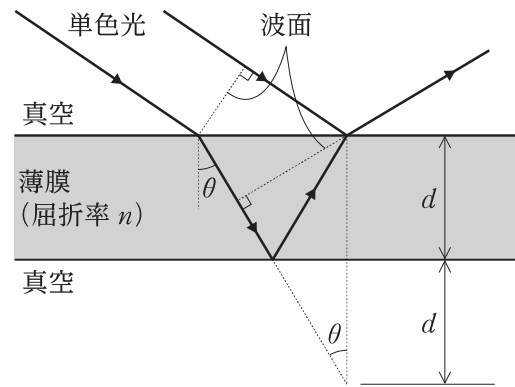


【No. 18】 図のように、単色光を屈折率 n ($n > 1$)、厚さ d の薄膜に入射させる。薄膜の両面で反射した二つの光が強め合うとき、この光の真空中での波長として最も妥当なのはどれか。

ただし、 m をある正の整数、 θ を屈折角とする。

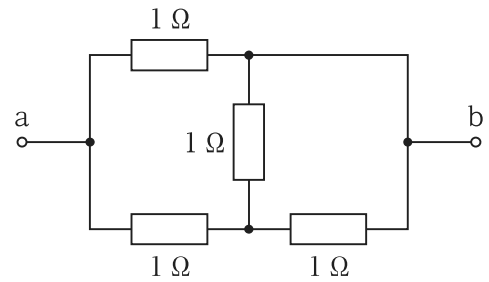
なお、屈折率の小さい媒質中を進む光が、屈折率の大きい媒質の表面で反射するとき、反射波の位相は半波長分だけ変化する。また、屈折率の大きい媒質中を進む光が、屈折率の小さい媒質の表面で反射するとき、反射波の位相は変化する。

1. $\frac{2nd \sin \theta}{2m - 1}$
2. $\frac{2nd \cos \theta}{2m - 1}$
3. $\frac{4nd \cos \theta}{2m - 1}$
4. $\frac{nd \sin \theta}{m}$
5. $\frac{2nd \sin \theta}{m}$



【No. 19】 図のような、抵抗値 $1\ \Omega$ の抵抗を組み合わせた回路において、端子 a, b 間の合成抵抗の大きさとして最も妥当なのはどれか。

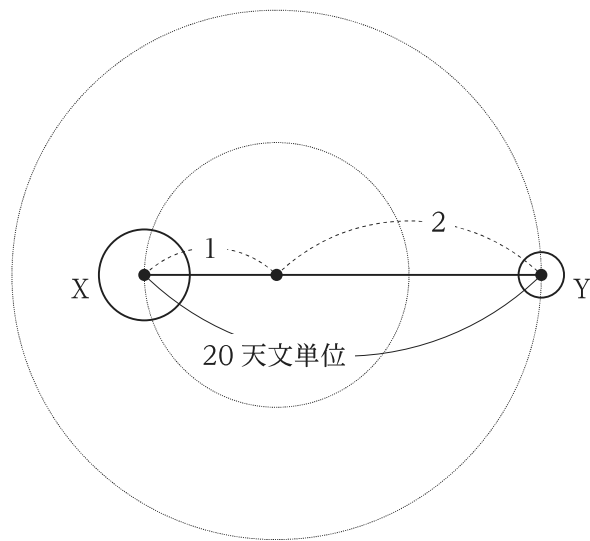
1. $\frac{3}{5}\ \Omega$
2. $\frac{2}{3}\ \Omega$
3. $\frac{3}{2}\ \Omega$
4. $\frac{5}{3}\ \Omega$
5. $2\ \Omega$



【No. 20】 二つ以上の恒星が互いに共通重心のまわりを公転しているものを連星という。図のように、恒星 X と恒星 Y から成る連星があり、X と Y は共通重心を中心とし、それぞれ半径の異なる円軌道で公転している。X と Y から共通重心までの距離の比が $1:2$ 、公転周期が 40 年、X と Y の平均距離が 20 天文単位であるとき、太陽の質量に対する X の質量の比として最も妥当なのはどれか。

ただし、太陽の質量は地球の質量に対して、十分大きいものとする。

なお、1 天文単位は、太陽と地球の間の平均距離である。



1. 2
2. $\frac{10}{3}$
3. 4
4. $\frac{16}{3}$
5. 8

【No. 21】 図は、地球上の水の循環を示したものである。大気と海洋のそれぞれにおける、水が滞留する平均的な時間の組合せとして最も妥当なのはどれか。

著作権の関係のため、掲載できません。

- | | 大気 | 海洋 |
|----|------|--------|
| 1. | 3 日 | 30 年 |
| 2. | 10 日 | 30 年 |
| 3. | 10 日 | 3100 年 |
| 4. | 30 日 | 30 年 |
| 5. | 30 日 | 3100 年 |

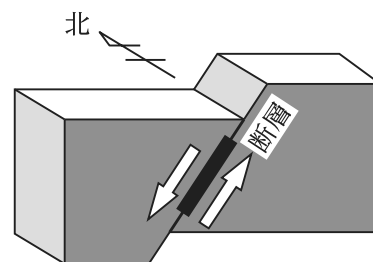
【No. 22】 震源メカニズムに関する次の記述の㉗、㉘に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

「図Ⅰは、南側から見た西傾斜の正断層(断層の上盤側が下盤側に対して下がる)の断層運動である。この断層運動を考えるため、震源を中心とする単位長さの半径を持つ球を考え、これを震源球と呼ぶ。

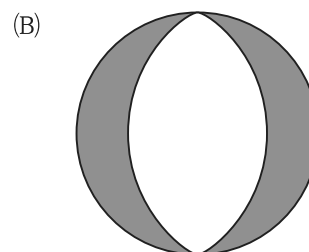
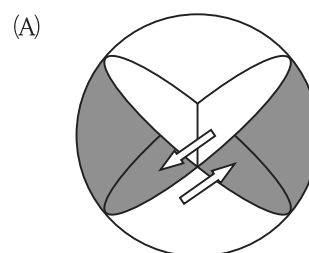
震源球の球面を通過するP波の初動が『押し』であれば黒色、『引き』であれば白色とし、震源球面上の全方位で『押し』『引き』に応じて色をつけると、図Ⅱ(A)のように、白色と黒色の境界は、球の中心を通る二つの直交する平面それぞれと球面が交わるところに現れる。ここで、震源球の下半球を二次元に投射したものを震源メカニズム解と呼び、この断層運動の震源メカニズム解は図Ⅱ(B)のように表される。

同様に、東傾斜の逆断層(断層の上盤側が下盤側に対して上がる)の震源の震源メカニズム解を求めると、図Ⅲの ㉗ となる。

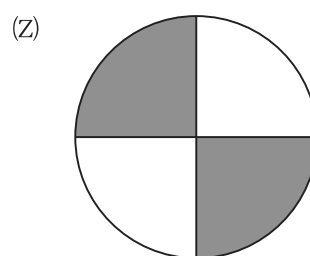
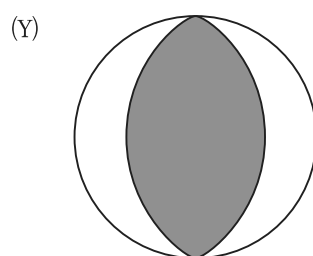
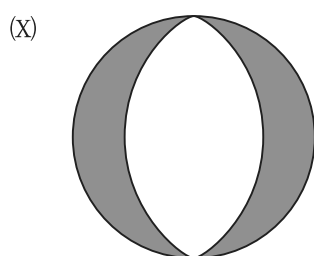
震源メカニズム解からは断層の特徴を知ることができる。例えば、震源球の二つの直交する平面の一つが断層面に相当する。二つの平面のうち、実際にどちらが動いた断層面かを特定するには、㉘ などの情報が必要となる。」



図Ⅰ



図Ⅱ



図Ⅲ

㉗

㉘

1. (X) 本震のマグニチュード
2. (X) 余震の空間分布
3. (Y) 本震のマグニチュード
4. (Y) 余震の空間分布
5. (Z) 本震のマグニチュード

【No. 23】 日本の第四紀層に関する記述㉖～㉙のうち、妥当なもののみを挙げているのはどれか。

- ㉖ 過去 70 万年の間、およそ 10 万年周期で気候の寒暖が繰り返されている。その要因の一つとして、ミランコビッチサイクルが挙げられる。
- ㉗ 河岸段丘は、海退期に河川の侵食によって低地ができたもので、地殻変動の影響に関係なく形成される。
- ㉘ 約 2 万年前は最終氷期に当たり、対馬海峡が閉じたため、暖流が日本海に流入せず、日本の冬季の降雪量が増加した。
- ㉙ 約 7000 年前から 4000 年前までは、気候が温暖となり、海水準が上昇した。縄文時代の貝塚の分布から、当時の海岸線が推計されている。

- 1. ㉖、㉗
- 2. ㉖、㉙
- 3. ㉗、㉘
- 4. ㉗、㉙
- 5. ㉘、㉙

【No. 24】 海底地形の特徴をまとめた次の表の㉗～㉜に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

地形の名称	海底の勾配	幅(広がり)	起伏の大きさ	水深
深海丘	多様	0.1～100 km	1～1,000 m	多様
海山	多様	2～100 km	1,000 m 以上	多様
㉗	多様	30～100 km	2,000 m 以上	5,000～12,000 m
㉘	多様	500～1,000 km	2,000 m 未満	2,000～4,000 m
㉙	0.5° 以下	300 km 未満	20 m 未満	200 m 以下
㉚	0.5° 以下	1～1,000 km	なし	3,000 m 以上
㉜	3～6°	150 km 未満	2,000 m 以上 (場所による)	100～2,000 m

㉗	㉘	㉙	㉚	㉜
1. 深海平原	海溝	大陸斜面	中央海嶺頂上部	大陸棚
2. 深海平原	海溝	大陸棚	中央海嶺頂上部	大陸斜面
3. 海溝	大陸斜面	大陸棚	中央海嶺頂上部	深海平原
4. 海溝	中央海嶺頂上部	大陸斜面	深海平原	大陸棚
5. 海溝	中央海嶺頂上部	大陸棚	深海平原	大陸斜面

【No. 25】 地球や生命の歴史に関する次の記述の㉞、㉟、㊱に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

「地球が誕生したのは、今から約 ㉞ 億年前であると考えられている。地球の歴史は、多数の地質年代によって区分されている。地質年代を決定する際に有用な化石は ㉟ と呼ばれる。生命史上の顕著な出来事として、地質学的に短期間のうちに化石の多様性が急激に減少した、大量絶滅と呼ばれる現象が知られており、顕生代の間に5回起こった。それらのうち、中生代末の大量絶滅の主要因は ㊱ であると考えられている。」

- | | ㉞ | ㉟ | ㊱ |
|----|----|------|---------|
| 1. | 46 | 示準化石 | 全球凍結 |
| 2. | 46 | 示準化石 | 巨大隕石の衝突 |
| 3. | 46 | 示相化石 | 全球凍結 |
| 4. | 64 | 示相化石 | 巨大隕石の衝突 |
| 5. | 64 | 示相化石 | 全球凍結 |

Ⅲ部(No. 26～No. 115)は選択問題です。

これらの 90 題のうち、任意の 25 題を選んで解答してください。

解答は、問題番号に該当する答案用紙の番号欄に記入してください。

【No. 26】 1000! を 175 進数表示したときに、末尾の数字は 0 となる。末尾に並ぶ 0 の個数はいくらか。

1. 124
2. 164
3. 204
4. 244
5. 284

【No. 27】 集合 X から集合 Y への写像 $f: X \rightarrow Y$ 、 X の部分集合 A_1 、 A_2 、及び Y の部分集合 B に関する記述㉔、㉕、㉖のうち、常に正しいもののみを全て挙げているのはどれか。

- ㉔ $B \subset f(A_1) \cap f(A_2)$ であり、かつ、 f が全射であるなら、 $f^{-1}(B) \subset A_1 \cap A_2$ である。
- ㉕ $B = f(A_1) \cup f(A_2)$ であり、かつ、 f が単射であるなら、 $f^{-1}(B) = A_1 \cup A_2$ である。
- ㉖ $f^{-1}(B) \subset A_1 \cap A_2$ であり、かつ、 f が全射であるなら、 $B \subset f(A_1) \cap f(A_2)$ である。

1. ㉔
2. ㉔、㉕
3. ㉕
4. ㉕、㉖
5. ㉖

【No. 28】 次の集合㉞、㉟、㊱のうち、可算無限濃度であるもののみを全て挙げているのはどれか。

㉞ 非負整数の数列で非減少、かつ、上に有界なもの全体のなす集合。すなわち、

$$\{\{a_n\}_{n=1,2,\dots} \mid a_n \text{ は非負整数、かつ、ある非負整数 } M \text{ が存在して } a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq M\}$$

㉟ 0 と 1 からなる数列全体のなす集合。すなわち、 $\{\{a_n\}_{n=1,2,\dots} \mid a_n \in \{0, 1\}\}$

㊱ 非負整数の数列で、0 でない項が有限個であるもの全体のなす集合。すなわち、

$$\{\{a_n\}_{n=1,2,\dots} \mid a_n \text{ は非負整数、かつ、} a_n \neq 0 \text{ となる } n \text{ は有限個}\}$$

1. ㉞、㉟
2. ㉞、㉟、㊱
3. ㉞、㊱
4. ㉟
5. ㊱

【No. 29】 位相空間 X 上の同値関係 $\sim$ による商空間 $X/\sim$ に関する命題㉞、㉟、㊱のうち、常に正しいもののみを全て挙げているのはどれか。

㉞ X がハウスドルフ空間ならば、 $X/\sim$ もハウスドルフ空間である。

㉟ X がコンパクト空間ならば、 $X/\sim$ もコンパクト空間である。

㊱ X が連結ならば、 $X/\sim$ も連結である。

1. ㉞
2. ㉞、㉟
3. ㉞、㊱
4. ㉟
5. ㉟、㊱

【No. 30】 5 次対称群 S_5 の元の位数として現れる数のみを挙げているのは次のうちではどれか。

1. 2, 4, 8
2. 3, 6
3. 3, 8, 10
4. 4, 7
5. 5, 9

【No. 31】 $\mathbf{R}$ 係数の 2 変数及び 1 変数の多項式環 $\mathbf{R}[x, y]$, $\mathbf{R}[t]$ について、 $\varphi: \mathbf{R}[x, y] \rightarrow \mathbf{R}[t]$ を環の準同型写像で、任意の $a \in \mathbf{R}$ に対して $\varphi(a) = a$ であるものとする。このとき、記述㉞、㉟、㊱のうち、常に正しいもののみを全て挙げているのはどれか。

- ㉞ $\mathbf{R}[t]$ のイデアル $I = (t^2 + 1)$ の逆像 $\varphi^{-1}(I)$ は、 $\mathbf{R}[x, y]$ の素イデアルである。
- ㉟ $\varphi(x) = t$ のとき、 $\mathbf{R}[x, y]$ の任意のイデアル I の像 $\varphi(I)$ は、 $\mathbf{R}[t]$ のイデアルである。
- ㊱ $\varphi(x) = t^2$, $\varphi(y) = t^4$ のとき、 $\mathbf{R}[x, y]$ の任意のイデアル I の像 $\varphi(I)$ は、 $\mathbf{R}[t]$ のイデアルである。

1. ㉞
2. ㉞、㉟
3. ㉞、㉟、㊱
4. ㉟、㊱
5. ㊱

【No. 32】 x を不定元とする有理数体 $\mathbf{Q}$ 上の多項式㉗、㉘、㉙のうち、その $\mathbf{Q}$ 上の最小分解体が $\mathbf{Q}$ 上の 6 次拡大であるもののみを全て挙げているのはどれか。

㉗ $x^6 - 1$

㉘ $x^7 - 1$

㉙ $x^3 - 3$

1. ㉗
2. ㉗、㉙
3. ㉘
4. ㉘、㉙
5. ㉙

【No. 33】 3 次元ユークリッド空間 $\mathbf{R}^3$ 内のパラメータ表示された曲面

$$(x, y, z) = ((2 + \cos u)\cos v, (2 + \cos u)\sin v, \sin u) \quad ((u, v) \in (0, \pi)^2)$$

の面積はいくらか。

1. $2\pi^2$
2. $4\pi^2$
3. $8\pi^2$
4. $16\pi^2$
5. $32\pi^2$

【No. 34】 3 次元ユークリッド空間 $\mathbf{R}^3$ の部分空間

$$X = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, xy = 0\}$$

の 1 次整係数ホモロジー群 $H_1(X; \mathbf{Z})$ の階数はいくらか。

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4
5. 0

【No. 35】 xyz 空間 $\mathbf{R}^3$ から $\mathbf{R}^2$ への写像 $f(x, y, z) = (x^3 + y^3 + z^3, xy - z)$ を考える。 $\mathbf{R}^3$ 内の点

㉞、㉟、㊱のうち、 f の臨界点であるもののみを全て挙げているのはどれか。

- ㉞ $(0, 0, 0)$
- ㉟ $(1, 1, -1)$
- ㊱ $(-1, -1, 1)$

1. ㉞、㉟
2. ㉞、㊱
3. ㉟
4. ㉟、㊱
5. ㊱

【No. 36】 ある微分方程式に関する次の記述の㉞～㊱に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

「ある生物の個体数の変化が、個体数に比例する増加要因と、個体数の 2 乗に比例する減少要因のみによるとき、時刻 t における個体数 $y = y(t)$ は、微分方程式

$$\frac{dy}{dt} = py - qy^2$$

を満たす。ここで、 p, q は正の比例定数である。したがって、個体数 y は $r = \boxed{\text{㉞}}$ とおくと、 $0 < y < r$ において $\boxed{\text{㉟}}$ であり、 $r < y$ において $\boxed{\text{㊱}}$ となる。また、この微分方程式の一般解は、積分定数 C を用いて $y = \boxed{\text{㊱}}$ と表される。」

	㉞	㉟	㊱	㊱
1.	$\frac{p}{q}$	単調増加	単調減少	$\frac{r}{1 + Ce^{-pt}}$
2.	$\frac{p}{q}$	単調増加	単調減少	$\frac{r}{1 + Ce^{pt}}$
3.	$\frac{p}{q}$	単調減少	単調増加	$\frac{r}{1 + Ce^{-pt}}$
4.	$\frac{q}{p}$	単調減少	単調増加	$\frac{r}{1 + Ce^{-pt}}$
5.	$\frac{q}{p}$	単調減少	単調増加	$\frac{r}{1 + Ce^{pt}}$

【No. 37】 次の重積分の値はいくらか。

$$\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{4-x^2}}, \quad D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 < x < y < 1\}$$

1. $\frac{\pi}{6} + \sqrt{3} - 2$

2. $\frac{\pi - \sqrt{2}}{6}$

3. $\frac{\pi - 1}{3}$

4. $\frac{\pi}{4}$

5. $\frac{\pi}{2} - \sqrt{3} + 1$

【No. 38】 $\mathbf{R}$ 上の関数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} - x^2 \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

に関する記述として正しいのはどれか。

1. $f'(0) = 0$ であり、原点のある近傍において $f(x)$ は定数関数である。
2. $f'(0) < 0$ であり、原点のある近傍において $f(x)$ は減少関数である。
3. $f'(0) < 0$ であるが、原点のどんな近傍においても $f(x)$ は減少関数ではない。
4. $f'(0) > 0$ であり、原点のある近傍において $f(x)$ は増加関数である。
5. $f'(0) > 0$ であるが、原点のどんな近傍においても $f(x)$ は増加関数ではない。

【No. 39】 $\mathbf{R}$ の区間 $[0, \infty)$ 上の連続関数 $f_i (i = 1, 2, 3)$ を

$$f_1(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$$

$$f_2(x) = \begin{cases} 0 & (x = 0) \\ \frac{\sin^2 x}{x\sqrt{x}} & (x > 0) \end{cases}$$

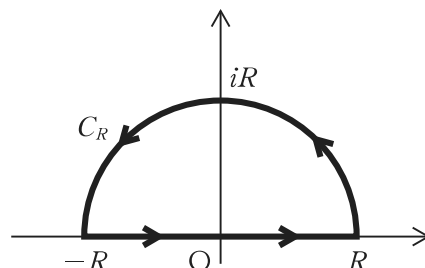
$$f_3(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} e^{-\frac{x}{n}}$$

で定義するとき、これらのうち、広義積分 $\int_0^\infty f_i(x) dx$ が収束するもののみを全て挙げているのはどれか。

1. f_1
2. f_1, f_2, f_3
3. f_1, f_3
4. f_2
5. 該当なし

【No. 40】 次の記述の㉞、㉟に当てはまるものの組合せとして正しいのは次のうちではどれか。

「広義積分 $I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 1} dx$ の値を、留数定理を用いて求める。 $f(z) = \boxed{\text{㉞}}$ とすると、 I は $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} f(z) dz$ の実部に等しい。ここで、 C_R は図のような、複素平面における原点中心で半径 R の半円周と実軸上の長さ $2R$ の線分からなる、向き付けられた閉曲線である。留数定理より、 $\int_{C_R} f(z) dz$ は C_R の囲む領域上の $f(z)$ の極におけるその留数の和の $2\pi i$ 倍に等しいことから、 $I = \boxed{\text{㉟}}$ となる。」



- | ㉞ | ㉟ |
|-----------------------------|------------------------------|
| 1. $\frac{\cos z}{z^2 + 1}$ | $-\frac{(e + e^{-1})\pi}{2}$ |
| 2. $\frac{\cos z}{z^2 + 1}$ | $\frac{(e + e^{-1})\pi}{4}$ |
| 3. $\frac{\cos z}{z^2 + 1}$ | $\frac{(e + e^{-1})\pi}{2}$ |
| 4. $\frac{e^{iz}}{z^2 + 1}$ | $\frac{\pi}{e}$ |
| 5. $\frac{e^{iz}}{z^2 + 1}$ | $(e - e^{-1})\pi$ |

【No. 41】 命題㉞、㉟、㊱のうち、真であるもののみを全て挙げているのはどれか。

ただし、 $\mathbf{R}$ 内のルベーグ非可測集合の存在は認めるものとする。

㉞ $\mathbf{R}$ の区間 $(0, \infty)$ 上で定義された関数 $\frac{\sin x}{x}$ はルベーグ積分可能である。

㉟ $\mathbf{R}$ 上で定義された実数値関数 $f(x)$ がルベーグ積分可能であるとき、

$$\lim_{y \rightarrow 0} \int_{\mathbf{R}} |f(x+y) - f(x)| dx = 0$$

が成り立つ。

㊱ $f(x, y)$ を $\mathbf{R}^2$ 上で定義されたルベーグ可測な実数値関数とする。このとき、任意に $x \in \mathbf{R}$ を固定すると、 $f(x, y)$ は y の関数として $\mathbf{R}$ 上ルベーグ可測となる。

1. ㉞、㉟
2. ㉞、㊱
3. ㉟
4. ㉟、㊱
5. ㊱

【No. 42】 xy 平面 $\mathbf{R}^2$ 内の部分集合 $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x + y \geq 1\}$ の近傍上で定義されている C^1 級関数 u は、偏微分方程式

$$y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = y$$

を満たし、直線 $x + y = 1$ 上で $u(x, y) = x^2$ を満たしているとする。このとき、 $u(2, 1)$ はいくらか。

なお、必要であれば、上記偏微分方程式の特性曲線 $(x(t), y(t), u(t))$ の方程式は、 $\frac{dx}{dt} = y$, $\frac{dy}{dt} = x$, $\frac{du}{dt} = y$ を満たすことを用いてよい。

1. -5
2. -2
3. -1
4. 2
5. 4

【No. 43】 $\mathbf{R}$ の半開区間 $(-1, 1]$ 上の関数 $f(x) = x^3$ を、周期 2 をもつように $\mathbf{R}$ 上全体に拡張した関数のフーリエ級数は $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\pi x)$ (ただし、 b_n は定数) となる。このとき、係数 b_2 はいくらか。

1. $\frac{3}{2\pi^3} - \frac{1}{\pi}$

2. $\frac{4}{3\pi^2} - \frac{1}{\pi}$

3. $\frac{1}{2\pi^3} + \frac{1}{\pi}$

4. $\frac{3}{4\pi} - \frac{1}{3}$

5. $\frac{\pi^3}{2}$

【No. 44】 微分方程式 $\frac{dy}{dx} = x - y^2$ の原点 $x = 0$ における整級数解 $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (ただし、 a_n は定数) で、 $y(0) = 1$ を満たすものの x^4 の係数 a_4 はいくらか。

1. $-\frac{7}{10}$

2. $-\frac{2}{5}$

3. $\frac{4}{13}$

4. $\frac{1}{3}$

5. $\frac{17}{12}$

【No. 45】 xy 平面 $\mathbf{R}^2$ 内の t でパラメータ表示された曲線 $r(t) = (t, 1 - \sqrt{1 - t^2})$ ($0 \leq t \leq 1$) に
おいて、 $t = 0$ から $t = 1$ の方向に向きを入れたものを C とする。このとき、線積分

$$\int_C \{(3x^2y^2 + 2xy^3 - y)dx + (2x^3y + 3x^2y^2 + x)dy\}$$

の値はいくらか。

なお、必要であれば、グリーンの公式

$$\int_A (Pdx + Qdy) = \iint_B \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$

を用いてよい。ここで、 B は xy 平面内の区分的に滑らかな境界をもつ有界閉領域で、 A は B の境界に反時計回りの向きを入れたものであり、 P 、 Q はそれぞれ B の近傍において定義された滑らかな関数である。

1. $-\frac{1}{4}\pi + \frac{5}{2}$
2. 2
3. $\frac{1}{4}\pi + \frac{3}{2}$
4. $\frac{1}{2}\pi + 1$
5. $\frac{3}{4}\pi + \frac{1}{2}$

【No. 46】 n を正の整数とする。 $3n$ 個の玉と $2n$ 個の空の箱がある。1 つの玉に対し、 $2n$ 個の箱の中から 1 つの箱を無作為に選び、その玉を選んだ箱に入れる。異なる玉に対する箱の選択が独立になるようにこの操作を繰り返し、全ての玉を箱に入れ終わったときに、空のままになっている箱の個数の期待値を M_n とする。このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{M_n}{2n}$ はいくらか。

1. $\frac{1}{8}$
2. $\frac{1}{e^{3/2}}$
3. $\frac{1}{e^{2/3}}$
4. $\frac{3}{2e}$
5. $\frac{2}{3}$

【No. 47】 ある事業所の各年度の決算は、黒字か赤字のいずれか一方である。1 年度経過しても黒字のまま維持される確率は $\frac{7}{10}$ であり、赤字のまま維持される確率は $\frac{1}{5}$ である。1 年度経過して黒字から赤字に推移する確率は $\frac{3}{10}$ であり、赤字から黒字に推移する確率は $\frac{4}{5}$ である。また、いずれの確率も、これらの維持及び推移以前の決算の履歴には影響されないものとする。

この事業所では、1 年度経過しても黒字のままであると 3 人の人員が追加され、赤字のままであると人員の増減は起きない。1 年度経過して黒字から赤字に推移すると 1 人の人員が追加され、赤字から黒字に推移すると 2 人の人員が追加される。黒字決算となったある年度を 1 年度目とし、その後 n 年度目から $n + 1$ 年度目への決算の推移による人員追加人数の期待値を r_n とする。このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n$ はいくらか。

1. $\frac{20}{11}$
2. $\frac{104}{55}$
3. $\frac{24}{11}$
4. $\frac{25}{11}$
5. $\frac{243}{55}$

【No. 48】 銘柄米 A, B, C のそれぞれの産地から 1 アールの田んぼ 5 か所を無作為に選び、それぞれの田んぼでの各銘柄米の収量をキログラム単位で量ったところ、以下のようになった。

銘柄	銘柄米の収量				
A	55	50	56	51	58
B	51	55	51	53	50
C	48	52	48	50	52

分散分析により、各銘柄の 1 アール当たりの収量の分散が同一であるとして、各銘柄の 1 アール当たりの収量に差がないという仮説を、危険率 5 % で検定する際の記述として最も妥当なのはどれか。

ただし、自由度 n, m の F 分布に従う確率変数 X について、 $P(X \geq \alpha) = 0.05$ を満たす α の小数第二位までの値 $F_{n,m}(0.05)$ は各選択肢で示されたものとする。なお、必要であれば、確率変数 X と Y が独立であり、かつ、それぞれ自由度 n と m のカイ二乗分布に従うとき、確率変数 $\frac{X/n}{Y/m}$ が自由度 n, m の F 分布に従うことを用いてよい。

1. $F_{2,12}(0.05) = 3.89$ を用いることにより仮説は採択される。
2. $F_{2,14}(0.05) = 3.74$ を用いることにより仮説は棄却される。
3. $F_{12,14}(0.05) = 2.53$ を用いることにより仮説は採択される。
4. $F_{14,2}(0.05) = 19.42$ を用いることにより仮説は採択される。
5. $F_{14,12}(0.05) = 2.64$ を用いることにより仮説は棄却される。

【No. 49】 二つの量 (x, y) を測定したところ、5組のデータ

$\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^5 = \{(1, 2), (2, 1), (2, 4), (3, 3), (4, 2)\}$ が得られた。 x, y の関係が $y = ax + \epsilon$ ($a > 0$) で表せるとする。このとき、最尤推定法 $\max_{a, \lambda} \sum_{i=1}^5 \log_e p_\lambda(\epsilon_i)$ でパラメータ (a, λ) を求めると、 (a, λ) の推定値はいくらか。

ただし、 ϵ は、 $\lambda > 0$ をパラメータとして、確率密度関数 $p_\lambda(\epsilon) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda\epsilon) & (\epsilon \geq 0) \\ 0 & (\epsilon < 0) \end{cases}$ をもつ指数分布に従うものとする。

1. $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{6}\right)$

2. $\left(\frac{1}{2}, \frac{6}{5}\right)$

3. $(1, 1)$

4. $\left(2, \frac{5}{6}\right)$

5. $\left(2, \frac{6}{5}\right)$

【No. 50】 次の推移確率行列 P は、状態 1, 2, 3, 4 とそれらの間の推移確率を表したものである。すなわち、 P の各成分 $p_{i,j}$ ($i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$) は状態 i から状態 j への推移確率を表している。初期状態が状態 3 であり、 m ステップ後の状態が状態 k である確率を $\pi_k(m)$ と表すものとする。 $\lim_{m \rightarrow \infty} \pi_k(m) = 0$ となる状態 k のみを全て挙げているのはどれか。

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

1. 1, 3
2. 2, 4
3. 3
4. 3, 4
5. 4

【No. 51】 確率変数 $X \in \{1, 2\}$, $Y \in \{1, 2, 3\}$ の同時分布が表のように与えられるとする。このとき、 X , Y の同時エントロピー $H(X, Y) = - \sum_{x \in \{1, 2\}} \sum_{y \in \{1, 2, 3\}} P(X = x, Y = y) \log_2 P(X = x, Y = y)$ 、周辺エントロピー $H(X) = - \sum_{x \in \{1, 2\}} P(X = x) \log_2 P(X = x)$ 、 $H(Y) = - \sum_{y \in \{1, 2, 3\}} P(Y = y) \log_2 P(Y = y)$ について成り立つ関係式として最も妥当なのはどれか。ただし、 $\log_2 3 = 1.585$, $\log_2 5 = 2.321$ とする。

$X \backslash Y$	1	2	3
1	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

1. $H(X) < H(Y) < H(X, Y) = H(X) + H(Y)$
2. $H(X) < H(Y) < H(X, Y) < H(X) + H(Y)$
3. $H(X, Y) = H(X) + H(Y) < H(X) < H(Y)$
4. $H(Y) < H(X) < H(X, Y) = H(X) + H(Y)$
5. $H(Y) < H(X) < H(X, Y) < H(X) + H(Y)$

【No. 52】 次の L_1 , L_2 , L_3 のうち、文脈自由文法 $L = (\{S\}, \{a\}, \{S \rightarrow aSa | \epsilon\}, S)$ と等価な文法のみを全て挙げているのはどれか。

$$L_1 = (\{S_0, S, A, X\}, \{a\}, \{S_0 \rightarrow AX | AA, S \rightarrow AX | AA | \epsilon, X \rightarrow SA, A \rightarrow a\}, S_0)$$

$$L_2 = (\{S, S_0\}, \{a\}, \{S_0 \rightarrow aSa | aa | \epsilon, S \rightarrow aSa | aa\}, S_0)$$

$$L_3 = (\{S_0, S, A, X\}, \{a\}, \{S_0 \rightarrow XA | AA | \epsilon, S \rightarrow AX | AA, X \rightarrow SA, A \rightarrow a\}, S_0)$$

1. L_1
2. L_1, L_2
3. L_2
4. L_2, L_3
5. L_3

【No. 53】 6 頂点から成る完全無向グラフから、辺を 1 本取り除いて得られるグラフを G とする。 G において全頂点をちょうど 1 回訪問するような閉路は何通りあるか。

ただし、閉路はそこに含まれる辺の集合で表されるものとし、異なる辺集合で表される閉路を異なる閉路とみなすものとする。

1. 12 通り
2. 36 通り
3. 60 通り
4. 72 通り
5. 96 通り

【No. 54】 P を、各成分が非負整数であるような2次元ベクトル全てから成る集合とする。

$\mathbf{x}, \mathbf{y} \in P$ に対して、 $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$ は $\mathbf{x}$ と $\mathbf{y}$ の内積を表すものとする。 $\mathbf{z} \in P$ によって決まる P 上の半順序 $<_{\mathbf{z}}$ を次のように定める。

$$\mathbf{p} <_{\mathbf{z}} \mathbf{q} \Leftrightarrow \langle \mathbf{p}, \mathbf{z} \rangle < \langle \mathbf{q}, \mathbf{z} \rangle$$

$\mathbf{a} = (0, 1)$, $\mathbf{b} = (1, 1)$ としたとき、 $(2, 3) <_{\mathbf{a}} \mathbf{p}$ かつ $\mathbf{p} <_{\mathbf{b}} (4, 6)$ を満たす $\mathbf{p} \in P$ はいくつあるか。

1. 2個
2. 12個
3. 15個
4. 21個
5. 38個

【No. 55】 C 言語で記述された次のプログラムを実行したときに表示される値に最も近い値は次のうちではどれか。ただし、`pow(double a, double b)` は a^b を返り値とする関数とする。

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
double f(double x, double a) {
    return 1/(1+pow(2.0, -x))-a;
}

int main(void) {
    int i, T=10000;
    double x=0.0, g, a=16.0/17.0, eps=0.0000001;
    for(i=0; i<T; i++) {
        g=(f(x+eps, a)-f(x-eps, a))/eps/2.0;
        x=x-f(x, a)/g;
    }
    printf("%f\n", x);

    return 0;
}
```

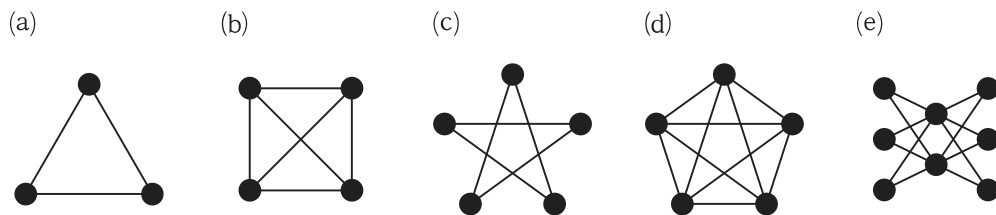
1. 2.000
2. 2.500
3. 3.000
4. 3.500
5. 4.000

【No. 56】 $A_1 \sim A_4$ をそれぞれ 1 以上 9 以下の整数とする。長さ 4 の数列 A_1, A_2, A_3, A_4 で次の条件を全て満たすものはいくつあるか。

- ・数列中に 1 が含まれる。
- ・数列中に 4 が含まれる。
- ・数列中に 7 が含まれる。

1. 144 個
2. 180 個
3. 204 個
4. 1476 個
5. 2605 個

【No. 57】 無向グラフ G に対し、 G の頂点と辺を平面上に適切に配置し直すことで、頂点以外では二つの辺が交差しないように描けるときの、 G を平面的グラフという。次のグラフ(a)~(e)のうち、平面的グラフであるもののみを全て挙げているのはどれか。



1. (a)
2. (a), (b), (c), (e)
3. (a), (b), (d)
4. (a), (c)
5. (a), (d), (e)

【No. 58】 実対称行列 X, Y に対して、 $X - Y$ が半正定値行列となることを $X \geq Y$ と表すこととする。 $\geq$ は半順序関係である。次に示す行列 $A \sim D$ のうち、集合 $\{A, B, C, D\}$ における極小元として正しいのはどれか。

ただし、実対称行列が半正定値であるとは、その固有値が全て非負であることをいう。

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 10 \end{pmatrix}$$

1. A
2. B
3. C
4. D
5. 該当なし

【No. 59】 次の行列 $A \sim D$ のうち、LU 分解可能なもののみを全て挙げているのはどれか。

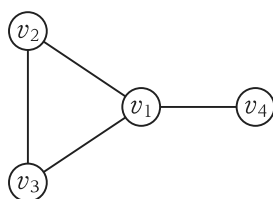
$$A = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{2} & \sin \frac{\pi}{2} \\ \sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

1. A, B
2. B, C
3. C
4. C, D
5. D

【No. 60】 実数列 $\{x_k\}_{k=0,1,\dots}$ を $x_0 = 1.5$, $x_{k+1} = \frac{2}{x_k^2 - 4x_k + 5}$ と定義する。このとき、 x_k の極限に関する記述として最も妥当なのはどれか。

1. 1 に収束する。
2. 1.8 に収束する。
3. 2 に収束する。
4. 3.1 に収束する。
5. 1 と 2 の間で振動する。

【No. 61】 図のような $v_1 \sim v_4$ を頂点としてもつグラフの下で、隣接している頂点のいずれかに遷移するランダムウォークを考える。ここで、各頂点におけるそれぞれの隣接頂点への遷移確率は、隣接している頂点数の逆数とする。 v_1 から遷移を始めるとして、4 回の遷移後に v_2 , v_4 に到達する確率をそれぞれ p_2 , p_4 とするとき、 p_2 , p_4 の値の組合せとして正しいのはどれか。



- | | p_2 | p_4 |
|----|-------------------|------------------|
| 1. | $\frac{5}{24}$ | $\frac{1}{18}$ |
| 2. | $\frac{11}{36}$ | $\frac{2}{9}$ |
| 3. | $\frac{197}{864}$ | $\frac{19}{216}$ |
| 4. | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ |
| 5. | $\frac{121}{432}$ | $\frac{19}{108}$ |

【No. 62】 次の線形計画問題の双対問題として正しいのはどれか。

$$\begin{array}{ll}\text{maximize} & 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 \\ \text{subject to} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 6 \\ & 6x_1 - 5x_2 + 4x_3 \leq 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

1. minimize $4y_1 + 3y_2 + 5y_3$
subject to $y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq 6$
 $6y_1 - 5y_2 + 4y_3 \geq 1$
 $y_1, y_2, y_3 \geq 0$

2. minimize $-6y_1 - y_2$
subject to $y_1 + 6y_2 \geq 4$
 $2y_1 - 5y_2 \geq 3$
 $3y_1 + 4y_2 \geq 5$
 $y_1, y_2 \geq 0$

3. minimize $-6y_1 - y_2$
subject to $-y_1 - 6y_2 \geq 4$
 $-2y_1 + 5y_2 \geq 3$
 $-3y_1 - 4y_2 \geq 5$
 $y_1, y_2 \geq 0$

4. minimize $6y_1 + y_2$
subject to $-y_1 - 6y_2 \geq 4$
 $-2y_1 + 5y_2 \geq 3$
 $-3y_1 - 4y_2 \geq 5$
 $y_1, y_2 \geq 0$

5. minimize $6y_1 + y_2$
subject to $y_1 + 6y_2 \geq 4$
 $2y_1 - 5y_2 \geq 3$
 $3y_1 + 4y_2 \geq 5$
 $y_1, y_2 \geq 0$

【No. 63】 次の最小化問題の局所的最適解のうち、目的関数の値が正であるものはいくつあるか。

$$\text{minimize} \quad e^{x^2+y^2} - 2x^2 - y^2 - 1$$

ただし、 x, y は実数変数とする。

1. 0 個
2. 1 個
3. 2 個
4. 3 個
5. 4 個

【No. 64】 次の作業工程表で定められた、作業 A～M によって構成されるプロジェクトを考える。

このプロジェクトの全工程を完了させるための最小所要時間はいくらか。

作業名	所要時間(分)	先行作業
A	30	(なし)
B	20	(なし)
C	40	(なし)
D	10	B
E	80	B
F	20	A
G	40	C, D
H	60	A
I	50	C, D
J	30	F, G
K	10	F, G
L	10	E, H, K
M	10	J

1. 70 分
2. 110 分
3. 120 分
4. 160 分
5. 410 分

【No. 65】 頂点集合 $V = \{1, 2, \dots, n\}$ と枝集合 $E = \{(i, j) \in V^2 \mid i \neq j\}$ に対して、各頂点 i, j 間の距離が $d_{ij} (> 0)$ で与えられているとする。ある頂点から出発し、全ての頂点を一度だけ通りながらい元の頂点に戻ってくる巡回路のうち、巡回路の長さが最小であるものを求めるために、次の整数計画問題を解くことを考える。この問題の制約条件 A として最も妥当なのはどれか。

ただし、各 $(i, j) \in E$ について x_{ij} を決定変数とし、頂点 i からその直後に頂点 j に向かうならば $x_{ij} = 1$ 、そうでないとき $x_{ij} = 0$ とする。

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && \sum_{(i, j) \in E} d_{ij} x_{ij} \\ & \text{subject to} && x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in E \\ & && \sum_{i \in S} \sum_{j \in V \setminus S} x_{ij} \geq 1, \quad \forall S \in 2^V \setminus \{\emptyset, V\} \\ & && \sum_{j \in V \setminus \{i\}} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in V \end{aligned}$$

A

1. $\sum_{i \in V \setminus \{j\}} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in V$
2. $\sum_{i \in V \setminus \{j\}} x_{ji} = 1, \quad \forall j \in V$
3. $\sum_{i \in V \setminus \{j\}} x_{ji} \geq 1, \quad \forall j \in V$
4. $x_{ij} + x_{ji} \leq 1, \quad \forall (i, j) \in E$
5. $\sum_{(i, j) \in E} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \in 2^V \setminus \{\emptyset, V\}$

【No. 66】 a, b を定数とし、行列 $\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & b & 0 \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix}$ がある。この行列の固有ベクトルの一つが $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

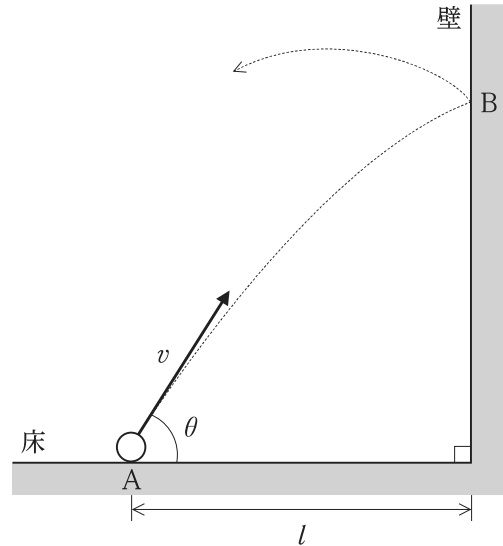
であるとき、この行列の三つの固有値を $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ とすると、 $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ の値はいくらか。

1. 0
2. 1
3. 3
4. 5
5. 6

【No. 67】 図のように、水平な床面上において、鉛直で滑らかな壁から水平距離 l だけ離れた点 A で、壁に向かって速さ v 、仰角 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) で小球を投げた。すると、小球は床に落ちることなく、壁面上の点 B に衝突してはね返り、床に落ちた。このとき、壁から小球が落ちた点までの水平距離として最も妥当なのはどれか。

ただし、小球と壁との間の反発係数を e とし、重力加速度の大きさを g とする。

1. $e\left(\frac{v^2}{g}\sin 2\theta - l\right)$
2. $e\left(\frac{v^2}{2g}\sin 2\theta - l\right)$
3. $e\left(\frac{2v^2}{g}\cos 2\theta - l\right)$
4. $e\left(\frac{v^2}{g}\cos 2\theta - l\right)$
5. $e\left(\frac{v^2}{2g}\cos 2\theta - l\right)$

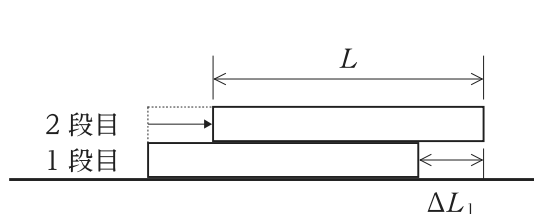


【No. 68】 図のように、長さ L 、質量が同一で一様な直方体状の物体を、上段が下段から同じ方向にはみ出すように重ねるとき、次の記述の㉞、㉟、㊱に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

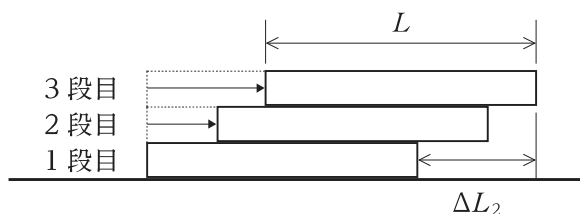
「まず、図Ⅰのように、二つの直方体状の物体が崩れないように 2 段目を 1 段目からずらしていくとき、2 段目の重心の位置が 1 段目からはみ出さない位置までは崩れないので、1 段目と 2 段目のはみ出し部分 ΔL_1 の最大値は ㉞ となる。

次に、図Ⅱのように、三つの直方体状の物体が崩れないように 2 段目及び 3 段目を 1 段目からずらしていくときを考える。図Ⅰのときと同様に、1 段目より上段の重心の位置が 1 段目からはみ出さない位置までは崩れないので、1 段目から 3 段目までのはみ出し部分 ΔL_2 の最大値は ㉟ となる。

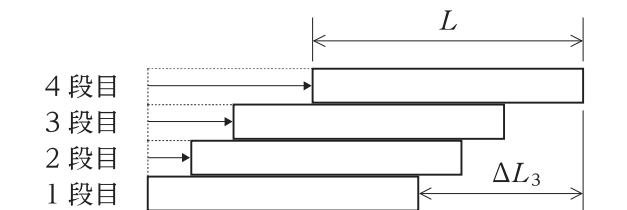
同様に、図Ⅲのように、四つの直方体状の物体が崩れないように 2 段目から 4 段目を 1 段目からずらしていくとき、1 段目から 4 段目までのはみ出し部分 ΔL_3 の最大値は ㊱ となる。」



図Ⅰ



図Ⅱ



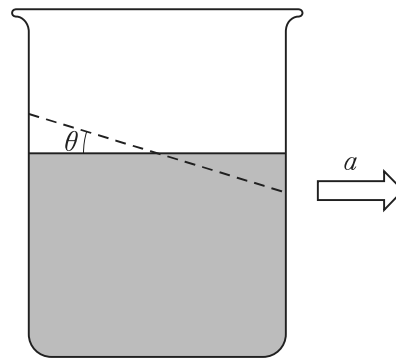
図Ⅲ

- | | ㉞ | ㉟ | ㊱ |
|----|----------------|----------------|------------------|
| 1. | $\frac{1}{2}L$ | $\frac{3}{4}L$ | $\frac{11}{12}L$ |
| 2. | $\frac{1}{2}L$ | $\frac{3}{4}L$ | L |
| 3. | $\frac{1}{2}L$ | $\frac{5}{6}L$ | $\frac{11}{12}L$ |
| 4. | $\frac{3}{4}L$ | $\frac{5}{6}L$ | $\frac{11}{12}L$ |
| 5. | $\frac{3}{4}L$ | $\frac{5}{6}L$ | L |

【No. 69】 図のように、水の入ったビーカーを水平方向に加速度の大きさ a で動かしているときの水面の傾きの角 θ として最も妥当なのはどれか。

ただし、重力加速度の大きさを g とする。

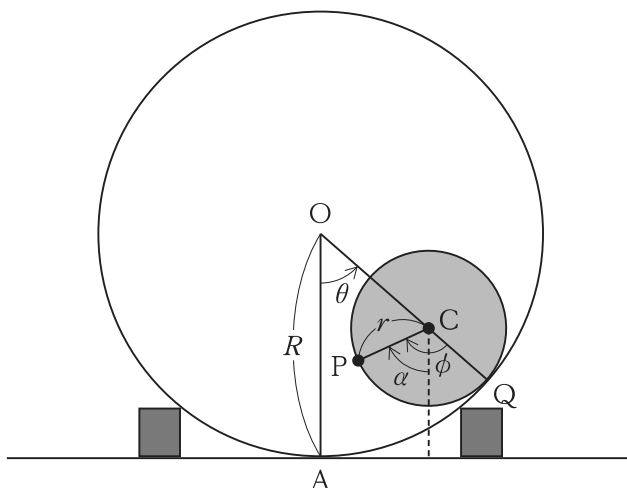
1. 0
2. $\arcsin \frac{a}{g}$
3. $\arccos \frac{a}{g}$
4. $\arctan \frac{a}{g}$
5. $\operatorname{arccot} \frac{a}{g}$



【No. 70】 次の記述の㉞、㉟に当てはまる数式の組合せとして最も妥当なのはどれか。

「軸を水平にして固定された半径 R の円筒の内側で、半径 r の円柱が滑ることなく転がる運動について考える。円柱の質量を M とすると、円柱軸まわりの慣性モーメントは $I = \frac{1}{2}Mr^2$ である。図のように、円筒の中心 O を通る鉛直線と、 O と円柱の中心 C を通る直線のなす角を一般化座標 θ とする。つり合いの状態では最下点 A に接していた状態を位置エネルギーの基準とする。ラグランジアン(ラグランジュ関数) L は $L =$ ㉞ となり、それから求められる運動方程式は ㉟ となる。

ただし、つり合いの状態では最下点 A に接していた円柱の点を P 、運動中の接点を Q とすると、円弧 PQ と円弧 AQ の長さは等しいので $r\phi = R\theta$ であり、 CP の回転角 α は $\alpha = \phi - \theta = \frac{R-r}{r}\theta$ で与えられる。また、 $\dot{\theta}$ は θ の時間微分を表し、重力加速度の大きさを g とする。」



㉞

㉟

- | | |
|--|--|
| 1. $\frac{3}{4}M(R-r)^2\dot{\theta}^2 - Mg(R-r)(1 - \cos\theta)$ | $\ddot{\theta} = \frac{2g}{3(R-r)}\sin\theta$ |
| 2. $\frac{3}{4}M(R-r)^2\dot{\theta}^2 - Mg(R-r)(1 - \cos\theta)$ | $\ddot{\theta} = -\frac{2g}{3(R-r)}\sin\theta$ |
| 3. $\frac{3}{4}M(R-r)^2\dot{\theta}^2 + Mg(R-r)(1 - \cos\theta)$ | $\ddot{\theta} = -\frac{2g}{3(R-r)}\cos\theta$ |
| 4. $\frac{1}{2}M(R-r)^2\dot{\theta}^2 - Mg(R-r)(1 - \cos\theta)$ | $\ddot{\theta} = -\frac{2g}{3(R-r)}\cos\theta$ |
| 5. $\frac{1}{2}M(R-r)^2\dot{\theta}^2 + Mg(R-r)(1 - \cos\theta)$ | $\ddot{\theta} = \frac{2g}{3(R-r)}\sin\theta$ |

【No. 71】 質量 m 、電荷 q の荷電粒子が三次元空間を運動しており、時刻 t における荷電粒子の位置を $x_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) とする。この粒子の位置 $x_i(t)$ における静電ポテンシャルを $\phi(t, x_i(t))$ 、ベクトルポテンシャルを $A_j(t, x_i(t))$ ($j = 1, 2, 3$) とすると、ラグランジアンは

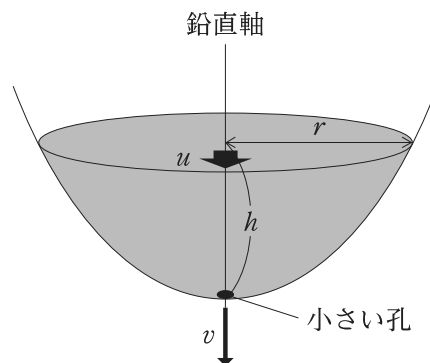
$$L(x_i, \dot{x}_i) = \frac{1}{2} m \sum_{j=1}^3 (\dot{x}_j)^2 - q\phi(t, x_i(t)) + q \sum_{j=1}^3 \dot{x}_j A_j(t, x_i(t))$$

で与えられる。このとき、変分原理により得られる運動方程式として最も妥当なのはどれか。

ただし、 $\dot{x}_i$ は x_i の時間微分を表す。

1. $m\ddot{x}_i + q \frac{\partial \phi}{\partial x_i} - q \sum_{j=1}^3 \dot{x}_j \frac{\partial A_j}{\partial x_i} = 0$
2. $m\ddot{x}_i + q \frac{\partial \phi}{\partial x_i} + q \sum_{j=1}^3 \dot{x}_j \frac{\partial A_i}{\partial x_i} = 0$
3. $m\ddot{x}_i + q \frac{\partial \phi}{\partial x_i} - q \sum_{j=1}^3 \dot{x}_j \left(\frac{\partial A_j}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_j} \right) = 0$
4. $m\ddot{x}_i + q \left(\frac{\partial A_i}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) - q \sum_{j=1}^3 \dot{x}_j \frac{\partial A_j}{\partial x_i} = 0$
5. $m\ddot{x}_i + q \left(\frac{\partial A_i}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) - q \sum_{j=1}^3 \dot{x}_j \left(\frac{\partial A_j}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_j} \right) = 0$

【No. 72】 図のように、鉛直軸まわりに回転対称な壁面をもつ容器に十分な水が入っており、このときの水面の高さは h である。いま、容器の底の小さい孔から流出速度 v で水が流出している。小さい孔に比べて水面の面積は十分大きく、水面の降下速度 u は一定で $u \ll v$ を満たす。このとき、次の記述の㉠、㉡に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。



ただし、重力加速度の大きさを g とし、水の密度 ρ は一定であり、摩擦などによるエネルギー損失は無視できるものとする。

なお、ベルヌーイの定理が成り立つ流体と容器において、流体の圧力、流出する流体の単位体積当たりの運動エネルギー及び流体の単位体積当たりの位置エネルギーの間に保存関係が成り立つ。

「 $u \ll v$ から、流出する水の流れを定常流とみなし、さらに、水面及び流出点での圧力は共に外気圧 p_0 に等しいとして、鉛直軸に沿った流線上でベルヌーイの定理を用いると、近似として $v = \boxed{\text{㉠}}$ を得る。

また、 u が一定であることから、高さ h における容器壁面の半径を r とすると、 r は h の $\boxed{\text{㉡}}$ 乗に比例することが分かる。」

- | ㉠ | ㉡ |
|-----------------|---------------|
| 1. $\sqrt{gh}$ | $\frac{1}{4}$ |
| 2. $\sqrt{gh}$ | $\frac{1}{3}$ |
| 3. $\sqrt{gh}$ | $\frac{1}{2}$ |
| 4. $\sqrt{2gh}$ | $\frac{1}{4}$ |
| 5. $\sqrt{2gh}$ | $\frac{1}{2}$ |

【No. 73】 ファン・デル・ワールスの式に従う気体 1 mol の状態方程式は、圧力を P 、体積を V 、絶対温度を T として以下の式で与えられる。

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

ここで、 R は気体定数、 a 、 b は正の定数である。

この気体は、低温では圧力の変化によって液体相と気体相の間で相転移が起こるが、高温では圧力の変化による液体相と気体相の区別がなくなる。このときの絶対温度を臨界温度 T_c と呼ぶ。 T_c は、 $P-V$ 曲線において、

$$\frac{\partial P}{\partial V} = 0, \quad \frac{\partial^2 P}{\partial V^2} = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

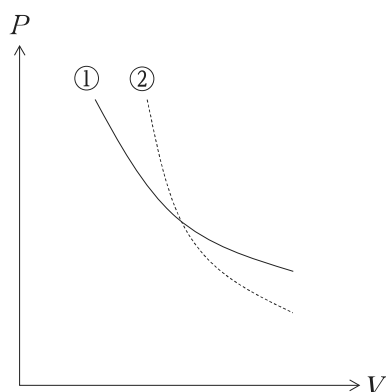
が同時に成り立つ絶対温度として定義される。このとき、式①が同時に成り立つ圧力 P_c 、体積 V_c が存在する。 P_c と T_c の組合せとして最も妥当なのはどれか。

- | | P_c | T_c |
|----|--------------------|-------------------|
| 1. | $\frac{a}{27b^2}$ | $\frac{8a}{81Rb}$ |
| 2. | $\frac{a}{27b^2}$ | $\frac{8a}{27Rb}$ |
| 3. | $\frac{2a}{27b^2}$ | $\frac{2a}{27Rb}$ |
| 4. | $\frac{4a}{27b^2}$ | $\frac{8a}{81Rb}$ |
| 5. | $\frac{4a}{27b^2}$ | $\frac{8a}{27Rb}$ |

【No. 74】 理想気体の断熱過程と等温過程に関する次の記述の㉞、㉟に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

ただし、 R は気体定数である。

「図の曲線①、②は、それぞれ理想気体の圧力を P 、体積を V としたときの等温変化($PV = \text{一定}$)と断熱変化($PV^\gamma = \text{一定}$)のどちらかを表したものである。 γ は定圧比熱 C_P と定積比熱 C_V の比であり、 $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ の関係がある。断熱変化の任意の点 (P, V) における傾き $\left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{断熱変化}}$ と等温変化の任意の点 (P, V) における傾き $\left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{等温変化}}$ の差 $\left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{断熱変化}} - \left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{等温変化}}$ は $\boxed{\text{㉞}}$ であり、断熱変化は図の $\boxed{\text{㉟}}$ である。」



- | | ㉞ | ㉟ |
|----|------------------------------|-----|
| 1. | $-\frac{R}{C_V} \frac{P}{V}$ | 曲線① |
| 2. | $-\frac{R}{C_V} \frac{P}{V}$ | 曲線② |
| 3. | $\frac{R}{C_V} \frac{P}{V}$ | 曲線① |
| 4. | $\frac{R}{C_V} \frac{P}{V}$ | 曲線② |
| 5. | $\frac{C_V}{R} \frac{P}{V}$ | 曲線② |

【No. 75】 N 個の区別できる独立な粒子から成る系があり、それぞれの粒子は縮退のない三つのエネルギー準位 $0, \varepsilon, 2\varepsilon$ ($0 < \varepsilon$)をとることができる。この系は温度 T の熱浴に接しており、カノニカル集団として扱うことができるものとする。このとき、系の平均エネルギーとして最も妥当なのはどれか。

ただし、ボルツマン定数を k_B とし、 $\beta = \frac{1}{k_B T}$ とする。

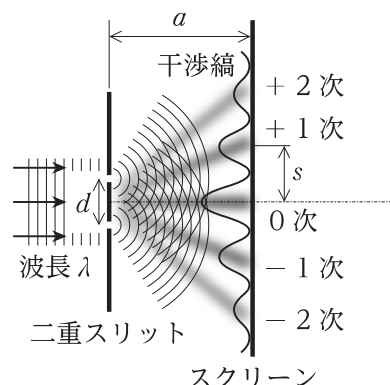
1. $N\varepsilon$
2. $N\varepsilon \frac{e^{-\beta\varepsilon} + e^{-2\beta\varepsilon}}{1 + e^{-\beta\varepsilon} + e^{-2\beta\varepsilon}}$
3. $N\varepsilon \frac{e^{-\beta\varepsilon} - e^{-2\beta\varepsilon}}{1 + e^{-\beta\varepsilon} + e^{-2\beta\varepsilon}}$
4. $N\varepsilon \frac{e^{-\beta\varepsilon} + 2e^{-2\beta\varepsilon}}{1 + e^{-\beta\varepsilon} + e^{-2\beta\varepsilon}}$
5. $N\varepsilon \frac{e^{-\beta\varepsilon} - 2e^{-2\beta\varepsilon}}{1 + e^{-\beta\varepsilon} + e^{-2\beta\varepsilon}}$

【No. 76】 光の回折とレンズの分解能に関する次の記述の㉑、㉒、㉓に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

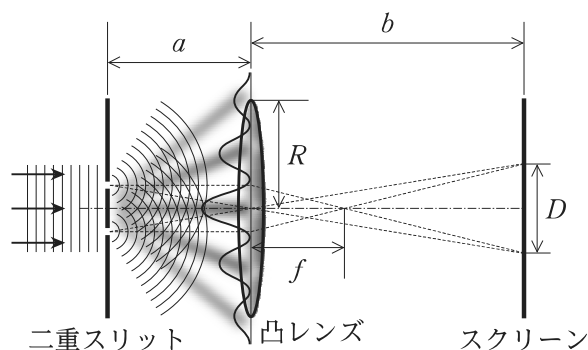
「図Ⅰのように、間隔 d の二重スリットに波長 λ の単色光を入射させたとき、二重スリットから距離 a の後方に置かれたスクリーン上にできる干渉縞の明線の間隔 s は、 $s \approx$ ㉑ である。ただし、 $d \ll a$ とする。

次に、図Ⅱのように、図Ⅰのスクリーンを半径 R 、焦点距離 f の凸レンズに置き換え、それによって二重スリットの実像を、凸レンズから距離 b の後方に置いたスクリーン上に結んだ。このとき、スクリーン上に映った二つのスリットの像の間隔 D は $D =$ ㉒ となる。

なるべく小さいものを凸レンズで拡大して観察するには、倍率 $\frac{D}{d}$ を大きくする。そのために、 $a \approx f$ とするが、しかし倍率をいくら大きくしても分解能には限界がある。つまり、二重スリットの間隔 d が、ある値 $d_{\min}$ 以下になると、 ± 1 次の回折光がレンズに入りきらなくなって、レンズを通過しなくなり、その結果、スクリーン上で二つのスリットの像が十分に分離されずに一本のスリットの像になってしまう。これがこのレンズの分解能といえる。 $d_{\min}$ を計算すると、 $d_{\min} \approx$ ㉓ となる。」



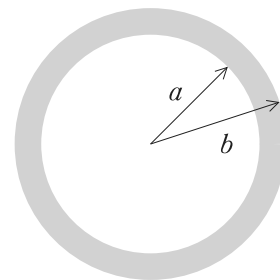
図Ⅰ



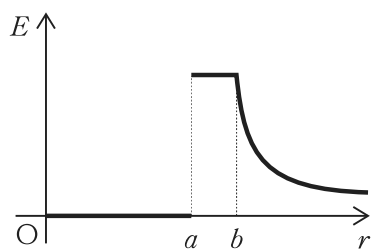
図Ⅱ

- | | ㉑ | ㉒ | ㉓ |
|----|-----------------------|-----------------|-----------------------|
| 1. | $\lambda \frac{a}{d}$ | $d \frac{a}{b}$ | $\lambda \frac{R}{f}$ |
| 2. | $\lambda \frac{a}{d}$ | $d \frac{b}{a}$ | $\lambda \frac{R}{f}$ |
| 3. | $\lambda \frac{a}{d}$ | $d \frac{b}{a}$ | $\lambda \frac{f}{R}$ |
| 4. | $\lambda \frac{d}{a}$ | $d \frac{a}{b}$ | $\lambda \frac{R}{f}$ |
| 5. | $\lambda \frac{d}{a}$ | $d \frac{b}{a}$ | $\lambda \frac{f}{R}$ |

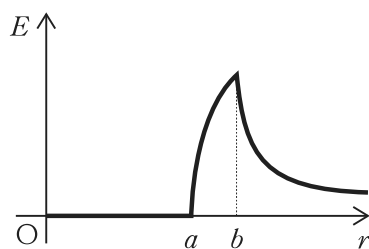
【No. 77】 真空中において、図のような内半径 a 、外半径 b の球殻に、正電荷が一様な密度で分布している。このとき、横軸を球殻の中心からの距離 r 、縦軸を電場の大きさ E としたグラフの概形として最も妥当なのはどれか。



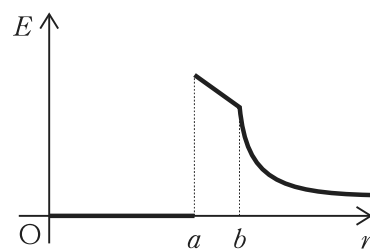
1.



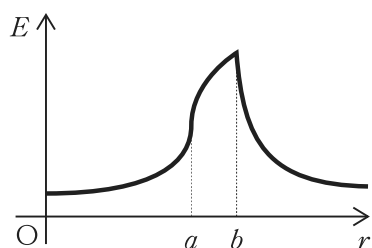
2.



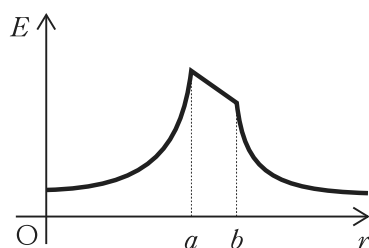
3.



4.



5.



【No. 78】 図のように、平面内に置いた電線に大きさ I の電流を $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ の向きに流す。

このとき、この電流が平面内の点 P につくる磁束密度の大きさとして最も妥当なのはどれか。

ただし、点 P は直線 AB と直線 CD の交点であり、直線 BC と直線 CD は直交する。線分 PC の長さは a 、線分 BC の長さは b である。

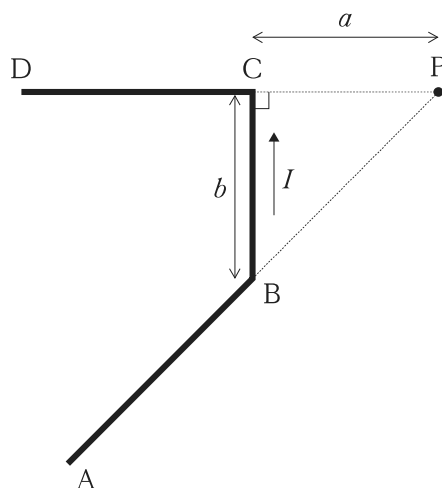
なお、位置 $\mathbf{r}'$ にある電流素片 $I d\mathbf{r}'$ が点 $\mathbf{r}$ につくる磁束密度 $d\mathbf{B}(\mathbf{r})$ は、 μ_0 を真空の透磁率として、ビオ-サバールの法則により

$$d\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\mathbf{r}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

で与えられるものとする。この式より、電流素片の延長線上にある点には磁場は生じないことが分かる。また、必要であれば

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{z}{\sqrt{1+z^2}} \right) = \frac{1}{(1+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

を用いてよい。



1. $\frac{\mu_0 I}{2a}$
2. $\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$
3. $\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
4. $\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{b}{a\sqrt{a^2 + b^2}}$
5. $\frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{a}{b\sqrt{a^2 + b^2}}$

【No. 79】 電磁誘導に関する次の記述の㉗、㉘に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

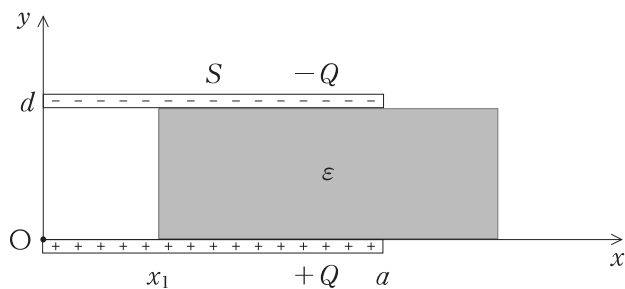
「円筒面に沿って導線をらせん状に密に巻いたコイルをソレノイドという。半径 a 、単位長さ当たりの巻き数 n で、円筒軸方向に無限に長いソレノイドに電流 I を流す。

ソレノイドに時間 t に比例する電流 $I(t) = I_0 t$ (I_0 は定数) を流すと、ソレノイドの内部には、真空の透磁率を μ_0 とし、円筒軸方向に一樣な大きさ $B = \mu_0 n I(t)$ の磁束密度が発生する。ソレノイドの外部には、磁束密度は発生しない。さらに、電磁誘導の法則 $\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ により電場が誘導される。円筒軸からの距離を r とすると、誘導電場の大きさは、ソレノイド内部では

㉗、外部では ㉘ である。」

- | ㉗ | ㉘ |
|--------------------------------|---|
| 1. $\frac{1}{2} \mu_0 n I_0$ | 0 |
| 2. $\frac{1}{2} \mu_0 n I_0$ | $\frac{1}{2} \mu_0 n I_0 \frac{a^2}{r}$ |
| 3. $\frac{1}{2} \mu_0 n I_0 r$ | 0 |
| 4. $\frac{1}{2} \mu_0 n I_0 r$ | $\frac{1}{2} \mu_0 n I_0 \frac{a^2}{r}$ |
| 5. $\frac{1}{2} \mu_0 n I_0 r$ | $\frac{1}{2} \mu_0 n I_0 \frac{a^2}{r^2}$ |

【No. 80】 図のように、面積 S 、幅 a 、極板間の間隔 d の平行板コンデンサーに、コンデンサーの極板間と同じ形状で誘電率 ε の誘電体を x 軸に平行に出し入れすることを考える。



極板間に誘電体が完全に収まっている状

態で底面の極板に電荷 $+Q$ を、上面の極板に電荷 $-Q$ を与え、外部と絶縁して、誘電体の左端の x 座標が x_1 になるまで誘電体を静かに引き出した。このとき、誘電体を、その左端が x_1 の位置で静止させるために外部から加える力 $F(x_1)$ として最も妥当なのはどれか。

ただし、真空の誘電率を ε_0 とし、力の正の向きは x 軸の正の向きとする。また、コンデンサーの極板間の電場に対して、極板及び誘電体の端の影響並びに極板と誘電体の間の摩擦は無視できるものとする。

1. $\frac{(\varepsilon + \varepsilon_0)Q^2ad}{2S\{\varepsilon a + (\varepsilon + \varepsilon_0)x_1\}^2}$
2. $\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)Q^2ad}{2S\{\varepsilon a - (\varepsilon - \varepsilon_0)x_1\}^2}$
3. $\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)Q^2ad}{S\{\varepsilon a + (\varepsilon + \varepsilon_0)x_1\}^2}$
4. $\frac{(\varepsilon + \varepsilon_0)Q^2ad}{S\{\varepsilon a + (\varepsilon + \varepsilon_0)x_1\}^2}$
5. $\frac{(\varepsilon - \varepsilon_0)Q^2ad}{S\{\varepsilon a - (\varepsilon - \varepsilon_0)x_1\}^2}$

【No. 81】 量子力学におけるトンネル効果に関する次の記述の㉞、㉟、㊱に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

「トンネル効果とは、古典力学的には超えられないポテンシャル障壁を、粒子が一定の確率で通り抜けてしまう量子力学的な現象であり、㉞ から理解される。この現象は、放射性元素の α 崩壊やトンネルダイオードなどで見られる。ポテンシャル障壁の高さが高いほど、障壁の厚さが厚いほど、粒子のエネルギーが低いほど、粒子の質量が㉟ ほど、障壁を通り抜ける確率は㊱ くなる。」

	㉞	㉟	㊱
1. 不確定性原理		大きい	低
2. 不確定性原理		小さい	低
3. 対応原理		大きい	低
4. 対応原理		大きい	高
5. 対応原理		小さい	高

【No. 82】 量子力学における物理量の期待値に関する次の記述の㉔、㉕に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

「3次元空間において、質量 m の粒子がポテンシャル $V(\mathbf{x})$ 中を運動している。位置演算子を $\hat{\mathbf{x}}$ とし、運動量演算子を $\hat{\mathbf{p}}$ として、ハミルトニアン演算子は

$$\hat{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\hat{\mathbf{x}})$$

であり、波動関数を $\psi(t, \mathbf{x})$ とすると、演算子 $\hat{O}(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{p}})$ の期待値は次の式で与えられる。

$$\langle O \rangle = \int d^3x \psi^* \hat{O} \psi$$

シュレーディンガー方程式を用いると、 $\frac{d}{dt}\langle O \rangle = \boxed{\text{㉔}}$ となり、特に、 $\frac{d}{dt}\langle \mathbf{p} \rangle = \boxed{\text{㉕}}$ となる。

ただし、 i は虚数単位であり、波動関数は十分遠方で0であるとする。」

- | | ㉔ | ㉕ |
|--|-----------------------------|---|
| 1. $\frac{i}{\hbar} \langle \hat{H}\hat{O} + \hat{O}\hat{H} \rangle$ | $\langle \nabla V \rangle$ | |
| 2. $\frac{i}{\hbar} \langle \hat{H}\hat{O} + \hat{O}\hat{H} \rangle$ | $-\langle \nabla V \rangle$ | |
| 3. $\frac{i}{\hbar} \langle \hat{H}\hat{O} - \hat{O}\hat{H} \rangle$ | 0 | |
| 4. $\frac{i}{\hbar} \langle \hat{H}\hat{O} - \hat{O}\hat{H} \rangle$ | $\langle \nabla V \rangle$ | |
| 5. $\frac{i}{\hbar} \langle \hat{H}\hat{O} - \hat{O}\hat{H} \rangle$ | $-\langle \nabla V \rangle$ | |

【No. 83】 2次元空間において運動する質量 m 、電荷 q の荷電粒子を考える。2次元空間に垂直に、一様な磁束密度が大きさ B でかかっている。位置演算子を $(\hat{x}, \hat{y})$ とし、運動量演算子を $(\hat{p}_x, \hat{p}_y)$ として、荷電粒子のハミルトニアン演算子は

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \hat{p}_x^2 + \frac{1}{2m} (\hat{p}_y - qB\hat{x})^2$$

で与えられるとする。定常状態のエネルギー準位として最も妥当なのはどれか。

ただし、この定常状態では $\hat{p}_y$ の固有値を $\hbar k$ とし、 n は 0 以上の整数とする。

1. $\frac{(qB)^2}{2m} \left(n + \frac{1}{2} \right)$
2. $\frac{(qB)^2}{2m} (n + 1) + \frac{(\hbar k)^2}{2m}$
3. $\frac{qB\hbar}{m} \left(n + \frac{1}{2} \right)$
4. $\frac{qB\hbar}{m} (n + 1)$
5. $\frac{qB\hbar}{m} (n + 1) + \frac{(\hbar k)^2}{2m}$

【No. 84】 軌道角運動量演算子に関する次の記述の㉞、㉟に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

「軌道角運動量演算子を $\hat{\mathbf{l}}$ 、3次元直交座標でのそれぞれの成分を $\hat{\mathbf{l}} = (\hat{l}_x, \hat{l}_y, \hat{l}_z)$ とする。 $\hat{\mathbf{l}}^2$ と $\hat{l}_z$ は可換であるので、同じ固有関数を持ち、 l を 0 以上の整数として、 $\hat{\mathbf{l}}^2$ の固有値は $\hbar^2 l(l+1)$ と表され、 $\hat{l}_z$ の固有値は $\hbar m$ で、各 l に対して $m = 0, \pm 1, \dots, \pm(l-2), \pm(l-1), \pm l$ である。 $l = 1$ のとき、 $m = 1, 0, -1$ の三つの値を取り、それぞれに対応する固有関数をブラ・ケット表示で $|m\rangle$ とする。 $\hat{l}_x$ は $|1\rangle, |0\rangle, |-1\rangle$ を基底とする固有関数系において行列表示で

$$\hat{l}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

となる。 $\hat{l}_x$ の固有値 0 の固有ベクトルは ㉞ である。また、次の状態ベクトル

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

について、 $\hat{l}_x$ の観測値が 0 となる確率は、 $\hat{l}_x$ の固有値 0 の固有関数への射影成分(振幅)の 2 乗で求められ、㉟ である。」

- | ㉞ | ㉟ |
|--|----------------------|
| 1. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\frac{2}{3}$ |
| 2. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\frac{1}{3}$ |
| 3. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\frac{1}{\sqrt{6}}$ |
| 4. $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ | $\frac{2}{3}$ |
| 5. $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ | $\frac{2}{\sqrt{6}}$ |

【No. 85】 静止している電子に X 線(光子)を入射すると、電子によって散乱された X 線の波長は、入射 X 線の波長より長くなる。 h をプランク定数として、入射光子のエネルギー、運動量、波長をそれぞれ $h\nu$, $\frac{h\mathbf{k}}{2\pi}$, λ 、散乱光子のエネルギー、運動量、波長をそれぞれ $h\nu'$, $\frac{h\mathbf{k}'}{2\pi}$, λ' とする。初め静止している電子が、光子との衝突によって動き出したときの運動量を $\mathbf{p}$ とし、光子の散乱角を θ とする。散乱前後でのエネルギー保存則及び運動量保存則を考えると、波長の変化 $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ を表す式として最も妥当なのはどれか。

ただし、電子の質量を m 、光子の速さを c とする。また、運動量 $\mathbf{p}$ で運動する電子のエネルギーは $c\sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m^2 c^2}$ である。

1. $\frac{h}{mc} \sin \theta$
2. $\frac{h}{mc} (1 - \sin \theta)$
3. $\frac{h}{mc} (1 + \sin \theta)$
4. $\frac{h}{mc} \cos \theta$
5. $\frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$

【No. 86】 格子振動を調和振動子とみなすと、それを量子化したフォノンのエネルギーは $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)h\nu$ と表せる。ここで、 ν は格子振動の振動数、 h はプランク定数、 $n = 0, 1, 2, \dots$ である。一方、一般に、系が温度 T においてエネルギー準位 E を占める確率 P は、ボルツマン分布 $P = c \cdot \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right)$ で与えられる。ここで、 k_B はボルツマン定数、 c は規格化定数である。これらを用いて、温度 T におけるフォノンの平均エネルギーを計算した結果として最も妥当なのはどれか。

1. $\frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) + 1}$
2. $\frac{h\nu}{\exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} + \frac{h\nu}{2}$
3. $\frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} + \frac{h\nu}{2}$
4. $\frac{h\nu}{\exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right) + 1} + \frac{h\nu}{2}$
5. $\frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) + 1} + \frac{h\nu}{2}$

【No. 87】 図 I のように、半導体の pn 接合ダイオードに電源をつないで流れる電流 I を測定する。

ダイオードに印加する電圧 V と電流 I は、図 I に示した矢印の向きを正とする。図 II は、 $V = 0$ のときのバンド構造の模式図であり、接合の境界の左側が p 型半導体、右側が n 型半導体に対応する。この pn 接合ダイオードに関する次の記述の㉑～㉕に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

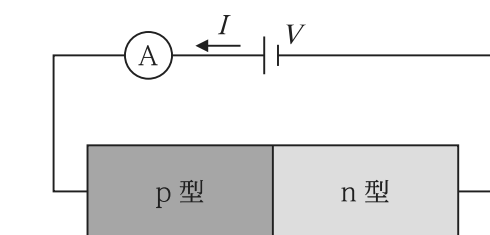


図 I

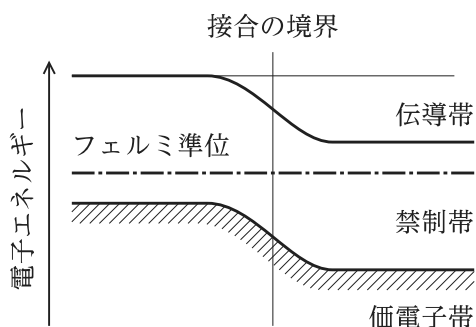


図 II

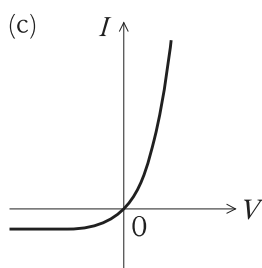
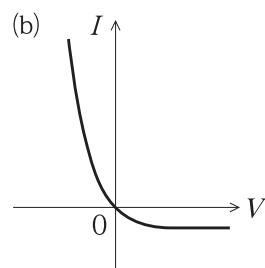
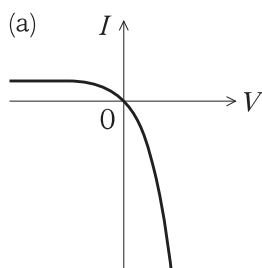


図 III

「p 型領域ではホールが多数キャリアとなり、n 型領域では電子が多数キャリアとなっているので、それぞれのキャリアの濃度の勾配によって、バンド構造の模式図に示すようなポテンシャル障壁を超えて ㉑ に向かう電流が流れる。これを拡散電流という。一方、このポテンシャル勾配によって、それぞれの領域の少数キャリアの移動により ㉒ に向かう電流が流れる。これをドリフト電流という。電圧 V を印加する前では上記二つの電流がつり合っているが、 V を印加すると、ポテンシャル障壁の高さが変化するので、主に ㉓ の大きさが変化する。その結果、このダイオードの電流電圧特性は、図 III の ㉔ となる。」

㉑	㉒	㉓	㉔
1. n 型領域から p 型領域	p 型領域から n 型領域	ドリフト電流	(b)
2. n 型領域から p 型領域	p 型領域から n 型領域	ドリフト電流	(c)
3. p 型領域から n 型領域	n 型領域から p 型領域	ドリフト電流	(b)
4. p 型領域から n 型領域	n 型領域から p 型領域	拡散電流	(a)
5. p 型領域から n 型領域	n 型領域から p 型領域	拡散電流	(c)

【No. 88】 らせん状高分子の X 線回折について考える。らせん状高分子を、図 I のような周期 a と角度 θ で特徴付けられる無限に長いジグザグの 2 次元図形で近似する。さらに、これを図 II のように二つの傾いた十分に長い直線列の組合せと考えるものとする。観測される X 線回折パターンに現れるラウエ斑点の特徴を表す図形として最も妥当なのはどれか。

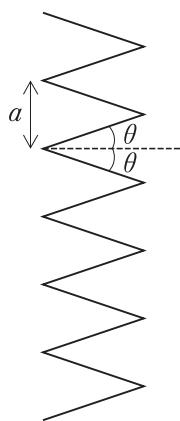


図 I

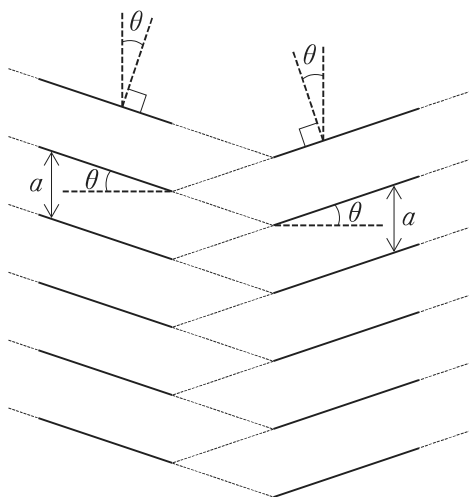
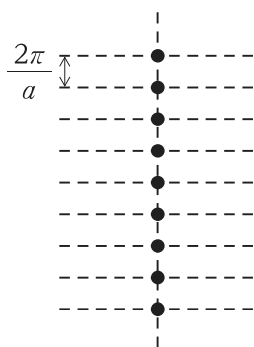
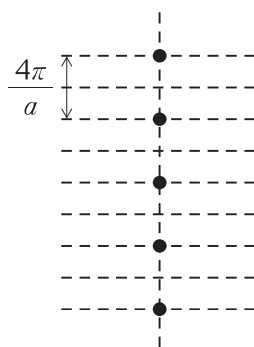


図 II

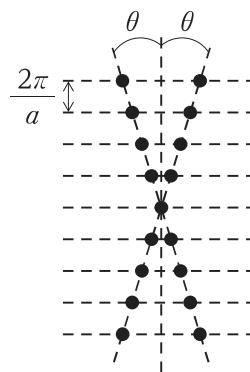
1.



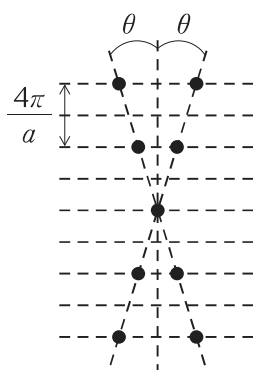
2.



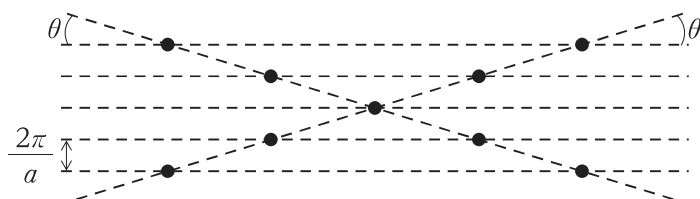
3.



4.



5.



【No. 89】 1 辺の長さが L の立方体の箱の中に、質量 m の自由電子 N 個が閉じ込められている系を考える。シュレーディンガー方程式に周期的境界条件を適用すると、整数 n_x, n_y, n_z を用いて、波数ベクトルは $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{L}(n_x, n_y, n_z)$ で与えられる。波数空間内のフェルミ球の半径をフェルミ波数 k_F とする。 N 個の自由電子がフェルミ球内の全ての量子状態を占有しているものとする。このとき、電子の個数をスピンの自由度 2 を考慮して、 k_F, L を用いて表すことができる。また、フェルミ球内にある電子の全エネルギー E についても、スピンの自由度を考慮して、

$$E = \frac{2L^3}{(2\pi)^3} \iiint_{|\mathbf{k}| \leq k_F} \frac{\hbar^2 |\mathbf{k}|^2}{2m} dk_x dk_y dk_z$$

から求めることができる。このときの N と E の組合せとして最も妥当なのはどれか。

	N	E
1.	$\frac{k_F^3 L^3}{3\pi^2}$	$\frac{\hbar^2 k_F^5 L^2}{30\pi^2 m}$
2.	$\frac{k_F^3 L^3}{3\pi^2}$	$\frac{\hbar^2 k_F^5 L^3}{30\pi^2 m}$
3.	$\frac{k_F^3 L^3}{3\pi^2}$	$\frac{\hbar^2 k_F^5 L^3}{10\pi^2 m}$
4.	$\frac{k_F^3 L^3}{\pi^2}$	$\frac{\hbar^2 k_F^5 L^3}{30\pi^2 m}$
5.	$\frac{k_F^3 L^3}{\pi^2}$	$\frac{\hbar^2 k_F^5 L^3}{10\pi^2 m}$

【No. 90】 東向きに x 軸、北向きに y 軸を取り、海水の速度の x , y 成分をそれぞれ u , v として、次式で表されるような北半球中緯度における定常で緩やかな流れを考える。

$$fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$fv = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

ここで、 f はコリオリパラメータ、 p は海水の圧力である。また、 ρ は海水の密度で、定数とする。この流れの水平発散 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ を表したものととして最も妥当なのはどれか。

ただし、 $\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$ とする。

1. $-\frac{\beta u}{f}$

2. $-\frac{\beta v}{f}$

3. 0

4. $\frac{\beta u}{f}$

5. $\frac{\beta v}{f}$

【No. 91】 厚い層雲に覆われている地点で、放射計で地上における下向き長波放射量を測定したところ、 384 W/m^2 であった。地上での気温が 297 K であるとき、推定される雲底高度として最も妥当なのはどれか。

ただし、雲と地表の間での大気による長波放射の吸収はなく、雲底は黒体放射をしていると仮定する。また、絶対温度 $T[\text{K}]$ を持つ黒体表面においては、単位時間・単位面積当たり $\sigma T^4[\text{W/m}^2]$ のエネルギーが放射される。ここで、 σ はステファン・ボルツマン定数であり、 $\sigma = 6 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$ 、大気の温度減率は 6 K/km とする。

なお、必要ならば $\sqrt{2} = 1.41$ を用いてよい。

1. 1000 m
2. 1500 m
3. 2000 m
4. 2500 m
5. 3000 m

【No. 92】 速度 v で落下している水滴の成長過程を考える。この水滴の周囲には、落下速度を無視できるほど小さい水滴があり、小さい水滴の合計の質量は単位容積当たり q であるとする。水滴が凝結成長と併合成長によって増大するとき、それぞれの過程による成長速度が同程度になる水滴の半径として最も妥当なのはどれか。

ただし、凝結成長において

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_{\text{凝結}} = 4\pi r D \rho_v S$$

を満たす。ここで、 M は水滴の質量、 t は時間、 r は水滴の半径、 D は水蒸気分子の空気中の拡散係数、 ρ_v は水蒸気密度、 S は過飽和度であり、水滴は密度 $\rho_w (\neq \rho_v)$ の球形を仮定する。

また、併合成長において

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_{\text{併合}} = \pi r^2 v q$$

を満たす。ここで、 v は

$$Mg = 6\pi r \eta v$$

であり、 g は重力加速度の大きさ、 η は流体の粘性係数である。

1. $r = \left(\frac{\pi D S \eta}{g q}\right)^{\frac{1}{2}}$
2. $r = \left(\frac{4\pi \rho_v D S \eta}{\rho_w g q}\right)^{\frac{1}{2}}$
3. $r = \left(\frac{9 D S \eta}{g q}\right)^{\frac{1}{3}}$
4. $r = \left(\frac{9 \rho_v D S \eta}{g q}\right)^{\frac{1}{4}}$
5. $r = \left(\frac{18 \rho_v D S \eta}{\rho_w g q}\right)^{\frac{1}{3}}$

【No. 93】 成層圏において、ある空気塊の温位が、鉛直運動に伴って1時間で1 K下がった。空気塊は、南北の温位勾配が1 K/36 kmで北ほど下がり、南風が8 m/sで吹いている中を移動している。鉛直上向きに気圧が1 hPa下がると温位は10 K上がるような鉛直流 ω [Pa/s]として最も妥当なのはどれか。

ただし、この空気塊は乾燥断熱運動していると仮定して、次の温位の保存式が成り立つとする。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} = 0$$

ここで、東向きに x 軸、北向きに y 軸、鉛直方向に気圧 p 軸を取り、 θ [K]は温位、 t [s]は時間、 u [m/s]、 v [m/s]をそれぞれ空気塊の速度の x 、 y 成分とする。

1. -5×10^{-2} Pa/s
2. -5×10^{-3} Pa/s
3. 0 Pa/s
4. 5×10^{-3} Pa/s
5. 5×10^{-2} Pa/s

【No. 94】 海風に関する次の記述の㉗、㉘、㉙に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

「海風は、海と陸の温度差によって生じる。日中、海と陸の温度差が生じる理由として以下が考えられる。

- (1) 海の熱容量が、陸のそれよりも ㉗、そのため、海は温まりにくいのに対して、陸は温まりやすい。
- (2) 海面の方が陸面より蒸発量が大きく、太陽から受け取った熱は ㉘ となってしまうので、海水が昇温しにくい。
- (3) 海では、表層で吸収された熱が、混合によって深く輸送される。

このような理由で、海面温度の日変化は小さい。一方、地面温度の日変化は大きくなるため、温度差が生じる。海風の生成には陸の加熱が重要なので、㉙ に海風は強くなると考えられる。」

- | | ㉗ | ㉘ | ㉙ |
|--------|----|-------|---|
| 1. 大きく | 顕熱 | 冬よりも夏 | |
| 2. 大きく | 潜熱 | 冬よりも夏 | |
| 3. 小さく | 潜熱 | 夏よりも冬 | |
| 4. 小さく | 潜熱 | 冬よりも夏 | |
| 5. 小さく | 顕熱 | 夏よりも冬 | |

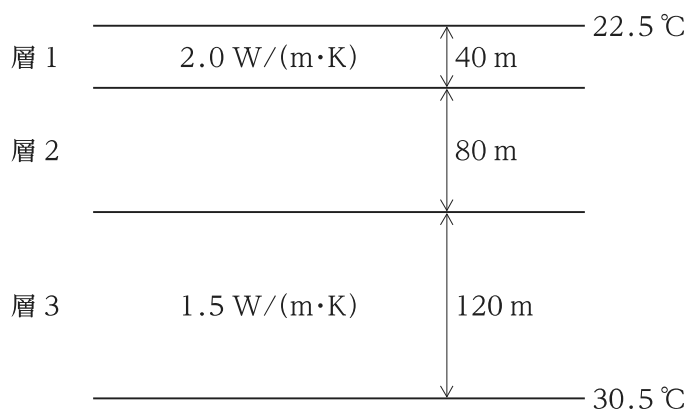
【No. 95】 地下の温度構造が1次元定常状態であり、熱源がなく、熱の移動は伝導のみによるものとする。このとき、地表から深さ z における温度 T は、次のように表される。

$$\frac{d}{dz} \left(k \frac{dT}{dz} \right) = 0$$

ここで、 k は熱伝導率であり、 z の関数である。また、熱流量(単位時間、単位面積あたりに流れる熱の量)は、熱伝導率と深さ方向の温度勾配の積 $k \frac{dT}{dz}$ として求められる。

いま、図のような熱伝導率の異なる三つの層を考える。熱流量が $6.0 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2$ で一様であり、層1、層2、層3の厚さがそれぞれ40 m、80 m、120 m、層1と層3の熱伝導率がそれぞれ $2.0 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ 、 $1.5 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ 、層1の上面の温度が 22.5°C 、層3の下面の温度が 30.5°C であるとき、層2の熱伝導率として最も妥当なのはどれか。

1. $1.6 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$
2. $2.0 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$
3. $2.4 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$
4. $2.8 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$
5. $3.2 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$



【No. 96】 地球自由振動に関する次の記述の㉔、㉕、㉖に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

「地球自由振動は、主に大きな地震(断層運動)が発生したときに起きる地球の振動である。地球自由振動を理解するために、球の自由振動を考える。球の自由振動には、伸び縮み振動とねじれ振動があるが、ここでは伸び縮み振動の中でも最も単純な半径方向の振動だけを考える。この振動場は、球座標系(r, θ, φ)で次のように表される。

$$\begin{aligned} u_r &= -k_\alpha j_1(k_\alpha r) \\ u_\theta &= u_\varphi = 0 \\ \sigma_{rr} &= -\rho\omega^2 \left[j_0(k_\alpha r) - 4\frac{\beta^2}{\alpha^2} \frac{j_1(k_\alpha r)}{k_\alpha r} \right] \end{aligned}$$

ここで、 u_r , u_θ , u_φ はそれぞれの各軸方向の変位、 σ_{rr} は r 方向の鉛直応力である。また、 α は球の縦波の速度、 β は横波の速度、 ρ は密度、 k_α は波数であり、

$$\begin{aligned} j_0(k_\alpha r) &= \frac{\sin(k_\alpha r)}{(k_\alpha r)} \\ j_1(k_\alpha r) &= \frac{\sin(k_\alpha r) - (k_\alpha r) \cos(k_\alpha r)}{(k_\alpha r)^2} \end{aligned}$$

である。

球の半径を a とすれば、 $r = a$ で ㉔ にならなければならない。この境界条件により、以下の特性方程式が得られる。

$$\frac{k_\alpha a}{\tan(k_\alpha a)} = 1 - \frac{\alpha^2}{4\beta^2} (k_\alpha a)^2$$

$x = k_\alpha a$ とおき、両辺のグラフを描いてみれば分かるように、この方程式の実根は ㉕。
 $\alpha = \sqrt{3}\beta$ とするとき、根は大きくなるにつれて π の整数倍に近づき、その根に対応する u_r の節の数は ㉖ する。

なお、地球は半径 $a = 6370$ km の球で近似することができる。いま、地球の平均的な縦波の速度を $\alpha = 10$ km/s とすれば、上の根に対応する自由振動の周期の最も長いものは約 26 分となり、実際に観測される地球の自由振動の周期に近いものとなる。」

㉔	㉕	㉖
1. $u_r = 0$	無数にある	増加
2. $u_r = 0$	有限個である	減少
3. $\sigma_{rr} = 0$	無数にある	増加
4. $\sigma_{rr} = 0$	無数にある	減少
5. $\sigma_{rr} = 0$	有限個である	増加

【No. 98】 2次元直交座標系において、ひずみテンソル

$$[e_{ij}] = \begin{pmatrix} 1 \times 10^{-6} & \frac{1}{2} \times 10^{-6} \\ \frac{1}{2} \times 10^{-6} & 1 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

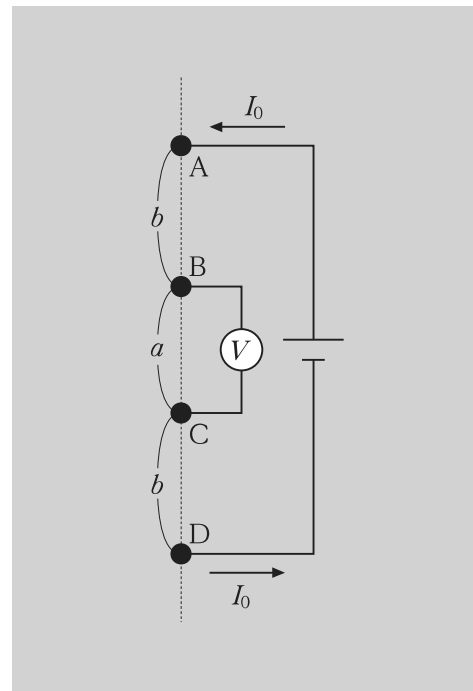
を考える。主ひずみは、せん断ひずみ(ひずみテンソルの非対角成分)が0になるように座標系を回転させたときのひずみテンソルの対角成分である。 $[e_{ij}]$ の主ひずみの組合せとして最も妥当なのはどれか。

1. $\frac{1}{2} \times 10^{-6}$ $\frac{1}{2} \times 10^{-6}$
2. $\frac{1}{2} \times 10^{-6}$ 1×10^{-6}
3. $\frac{1}{2} \times 10^{-6}$ $\frac{3}{2} \times 10^{-6}$
4. 1×10^{-6} 1×10^{-6}
5. $\frac{3}{2} \times 10^{-6}$ $\frac{3}{2} \times 10^{-6}$

【No. 99】 電気探査では、大地に一对の電流電極を設置して電流を流し、それによって生じた電位差を測定して、電流と電位差の関係から大地の比抵抗構造を推定する。ここでは単純化して、大地を均一な比抵抗 ρ をもつ媒質で表現できると仮定する。図のように、一对の電流電極 A と D を地中に設置して、電流 I_0 を流し、生じた電位差を地中の一对の電位電極 B と C によって検出することを考える。BC 間の距離を a とし、AB 間、CD 間の距離をともに b とするとき、BC 間の電位差 V として最も妥当なのはどれか。

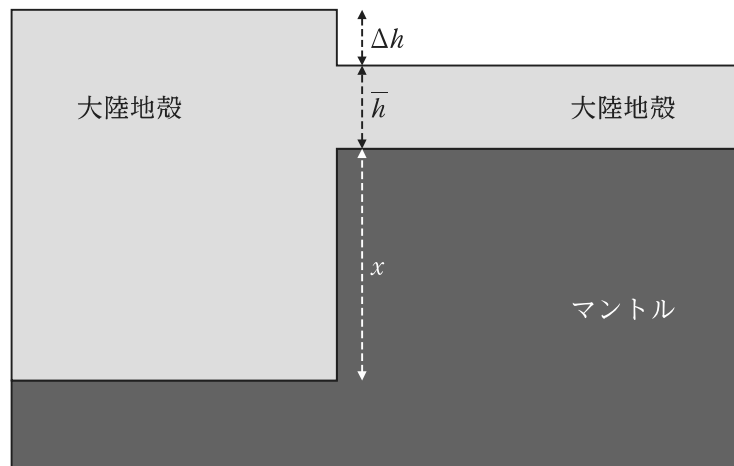
ただし、A、B、C、D は地表から十分離れており、同一直線上にあるものとする。また、地中に点電流源を置き、電流 I を流した場合、点電流源から距離 r だけ離れた点の電位は $\frac{\rho I}{4\pi r}$ と表されるものとする。ここで、 I は正負いずれの値も取り得る。

1. $\frac{\rho I_0}{4\pi} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a+b} \right)$
2. $\frac{\rho I_0}{2\pi} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a+b} \right)$
3. $\frac{\rho I_0}{\pi} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a+b} \right)$
4. $\frac{\rho I_0}{2\pi} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a+b} \right)$
5. $\frac{\rho I_0}{\pi} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a+b} \right)$



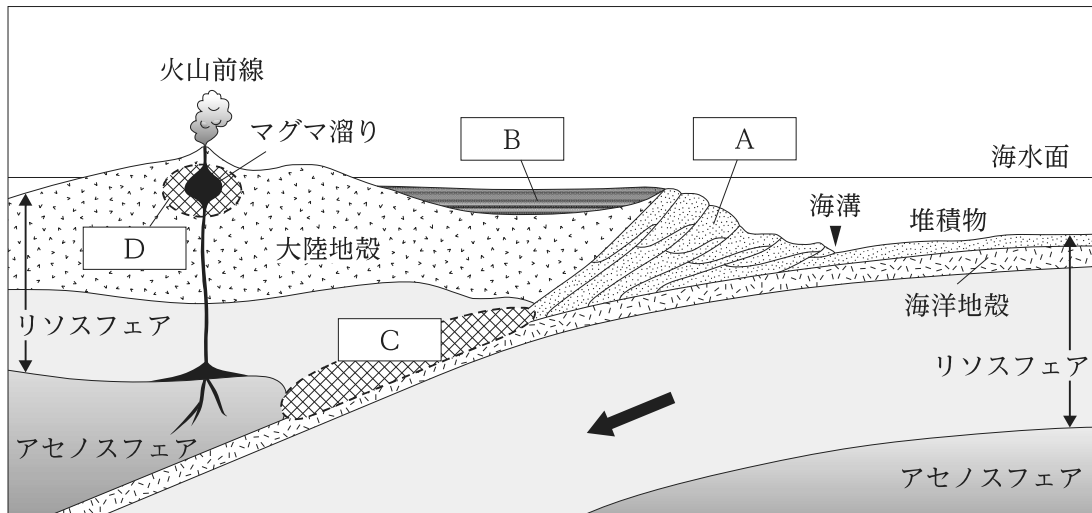
【No. 100】 図は、ある地域の地表付近の模式的な断面を示したものであり、全ての地点においてアイソスタシーが成立している。この地域における大陸地殻の平均的な厚さを $\bar{h}$ として、地表に高さ Δh の山体があるとき、山体の地下に張り出している大陸地殻部分の厚さ x として最も妥当なのはどれか。

ただし、大陸地殻の密度を ρ_c 、マンツルの密度を ρ_m とする。



1. $\frac{\rho_c}{\rho_m - \rho_c} \bar{h}$
2. $\frac{\rho_c}{\rho_m - \rho_c} \Delta h$
3. $\frac{\rho_m}{\rho_m - \rho_c} \bar{h}$
4. $\frac{\rho_m}{\rho_m - \rho_c} \Delta h$
5. $\frac{\rho_m}{\rho_m - \rho_c} (\bar{h} - \Delta h)$

【No. 101】 図は、海洋プレート沈み込み帯における代表的な島弧-海溝系の模式的な断面を示したものである。図中に示した領域 A～D に関する記述㉠～㉥のうち、妥当なもののみを挙げているのはどれか。



- ㉠ A は付加体と呼ばれ、海洋プレート上の堆積物や岩石が剥ぎ取られ、大陸プレートの縁に付け加わったものである。
- ㉡ B では、浅い海で形成された石灰岩が主に堆積している。
- ㉢ C では、海溝から沈み込んだ堆積物や海洋地殻が加熱され、ホルンフェルスと呼ばれる岩石が形成されている。
- ㉣ D で、マグマの熱によって変成作用を受けた石灰岩のことを大理石と呼ぶ。

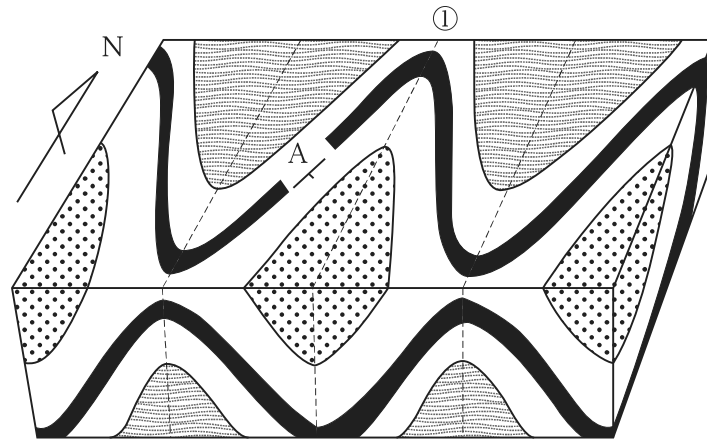
1. ㉠、㉡
2. ㉠、㉢
3. ㉠、㉣
4. ㉡、㉢
5. ㉡、㉣

【No. 102】 図は、プランジ褶曲層の水平分布及び鉛直 2 方向の断面を模式的に示したものである。

この図に関する次の記述の㉔、㉕、㉖に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

ただし、図中の地層は逆転していないものとする。

「A の走向傾斜は ㉔ であり、㉕は ㉕ にプランジした ㉖ 構造である。」



㉔

㉕

㉖

- | | | |
|---------------|---|----|
| 1. N30°W 40°S | 北 | 向斜 |
| 2. N30°W 40°S | 南 | 背斜 |
| 3. N30°E 40°S | 北 | 向斜 |
| 4. N30°E 40°S | 北 | 背斜 |
| 5. N30°E 40°S | 南 | 向斜 |

【No. 103】 地球内部構造に関する次の記述の㉖～㉙に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

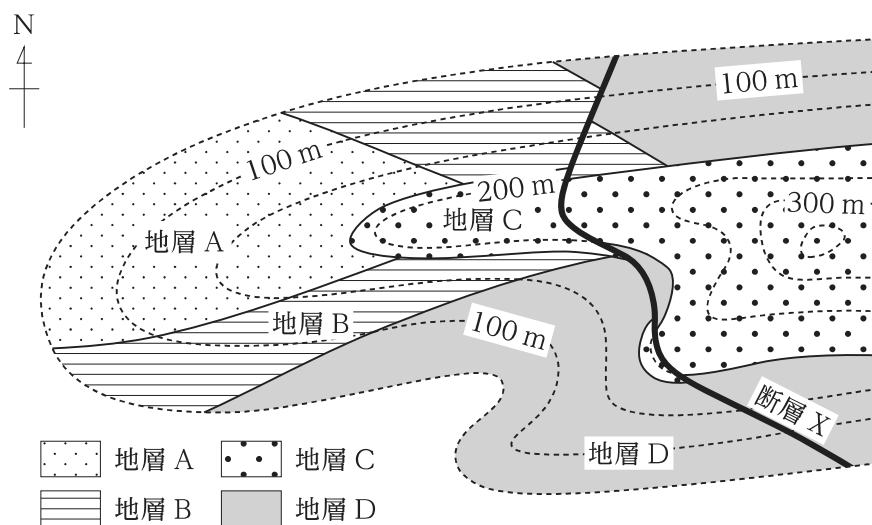
「地球内部の構造や構成物質は、複数の手法を組み合わせて推定されている。主に地震波の伝播特性から、地球は地殻、マントル、外核、内核から成るほぼ球対称な層構造を成していると考えられており、マントルは更に上部マントル、マントル遷移層、下部マントルに分けられる。また、マントルと核の間には、地震波速度不均質の程度が下部マントルよりも ㉖ 境界層、いわゆるD''層が存在する。外核は ㉗ が伝わらないことから液体であると考えられている。地殻とマントルの構成物質は直接入手することができ、地殻は花こう岩質から玄武岩質の岩石、マントルは ㉘ 質の岩石から成ることが分かっている。地殻、マントル及び ㉙ の化学組成と宇宙の元素存在度から、核は ㉚ から成ると推定されている。」

	㉖	㉗	㉘	㉙	㉚
1. 小さい	P 波	エクロジャイト	隕石	金属鉄	
2. 小さい	S 波	かんらん岩	隕石	珪酸塩	
3. 小さい	S 波	エクロジャイト	海水	珪酸塩	
4. 大きい	P 波	エクロジャイト	海水	金属鉄	
5. 大きい	S 波	かんらん岩	隕石	金属鉄	

【No. 104】 図は、ある地域の地質図である。この地質図に関する次の記述の㉖～㉙に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

ただし、図中の地層は逆転していないものとする。また、地質図の破線は等高線、実線は地層の境界線を示したものである。

「この地質図に示されている地層 A から D のうち、最も古いものは地層 ㉖、最も新しいものは地層 ㉙ である。断層 X は図の範囲内で地層の境界線がずれている。この断層による変位が傾斜方向である(走向変位がない)と仮定した場合、断層 X は東に傾斜した ㉗ であり、最新の活動時期は ㉙ である。」

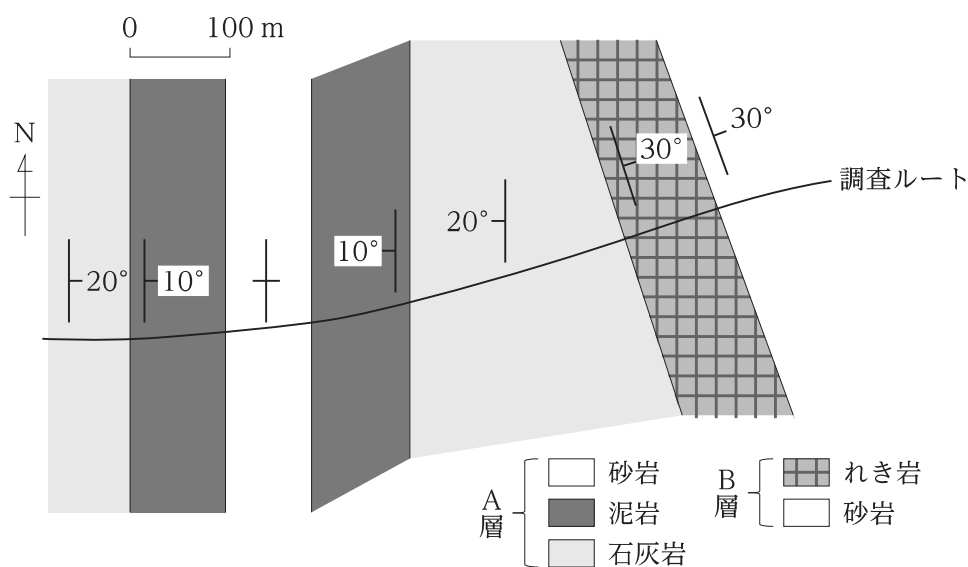


- | ㉖ | ㉙ | ㉗ | ㉙ |
|------|---|-----|-------------|
| 1. C | B | 正断層 | 全ての地層が堆積した後 |
| 2. C | B | 正断層 | 地層 A よりも前 |
| 3. C | B | 逆断層 | 全ての地層が堆積した後 |
| 4. D | C | 正断層 | 地層 A よりも前 |
| 5. D | C | 逆断層 | 全ての地層が堆積した後 |

【No. 105】 図は、ほぼ平坦なある地域を調査した際の模式的な地質図である。A 層は砂岩、泥岩、石灰岩、B 層はれき岩、砂岩から成る。B 層のれき岩からは、A 層の石灰岩のれきが見つかった。この地質図に関する次の記述の㉖～㉚に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

ただし、図中の地層は逆転していないものとする。

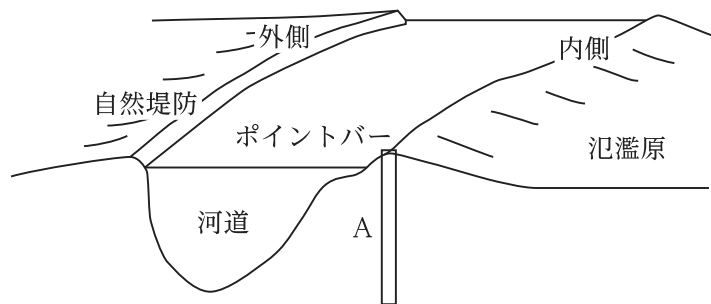
「A 層を表す地質構造群は、㉖ 方向に軸が通る褶曲構造であると考えられる。A 層と B 層の関係については、㉗ を ㉙ 不整合の関係で覆っているといえる。また、この地域で最も古い地層は、㉚ であると考えられる。」



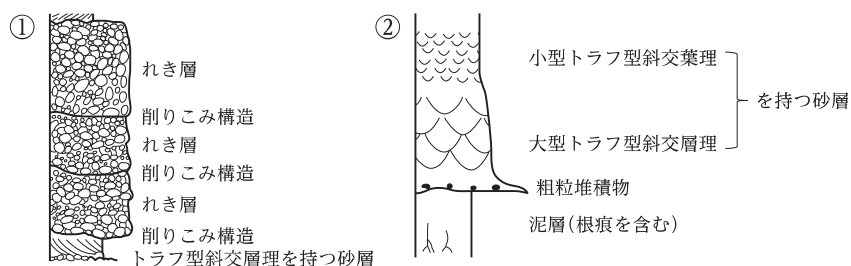
- | ㉖ | ㉗ | ㉙ | ㉚ |
|-------|----------|----|----------|
| 1. 東西 | A 層が B 層 | 平行 | A 層中の石灰岩 |
| 2. 東西 | B 層が A 層 | 傾斜 | A 層中の砂岩 |
| 3. 南北 | A 層が B 層 | 傾斜 | A 層中の砂岩 |
| 4. 南北 | B 層が A 層 | 傾斜 | A 層中の石灰岩 |
| 5. 南北 | B 層が A 層 | 平行 | B 層中の砂岩 |

【No. 106】 河川における堆積作用に関する次の記述の㉞、㉟、㊱に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

「流れが緩やかになる平野部では、河川周辺は氾濫原となるが、河川自体は ㉞ となる。河川の外側斜面では水の流速が ㉟ ため、壁面が侵食され、内側斜面では堆積物が堆積することにより、ポイントバーが側方移動する。そのため、ある河川を模式的に示した図ⅠのAで得られる柱状図は、典型的には、図Ⅱの ㊱ のようになると考えられる。」



図Ⅰ



図Ⅱ

㉞	㉟	㊱
1. 蛇行河川	速い	①
2. 蛇行河川	速い	②
3. 蛇行河川	遅い	①
4. 網状河川	速い	②
5. 網状河川	遅い	②

【No. 107】 化石に関する記述㉔～㉞のうち、妥当なもののみを全て挙げているのはどれか。

- ㉔ 古生代カンブリア紀には、それ以前と比べて多様な動物の化石が産出されるようになる。この時代の代表的な化石動物群集としては、澄江動物群やエディアカラ動物群が挙げられる。
- ㉕ 過去の生物がその生活場所で化石化したものは自生又は原地性の化石であり、生活場所から離れた場所で化石化したものは他生又は異地性の化石である。
- ㉖ 生物の死骸は腐敗や分解を被るために、殻や骨や歯などの硬組織が化石として地層中に残されることが多いが、無酸素環境といった特殊な環境下では、軟組織が別の鉱物に置換されるなどによって状態良好な化石ができることがある。
- ㉞ 捕食者によって捕食を受けると、被食者は丸呑みされたり、断片化されたりするので、捕食を受けた痕跡を残す被食者の化石が見つかることはない。

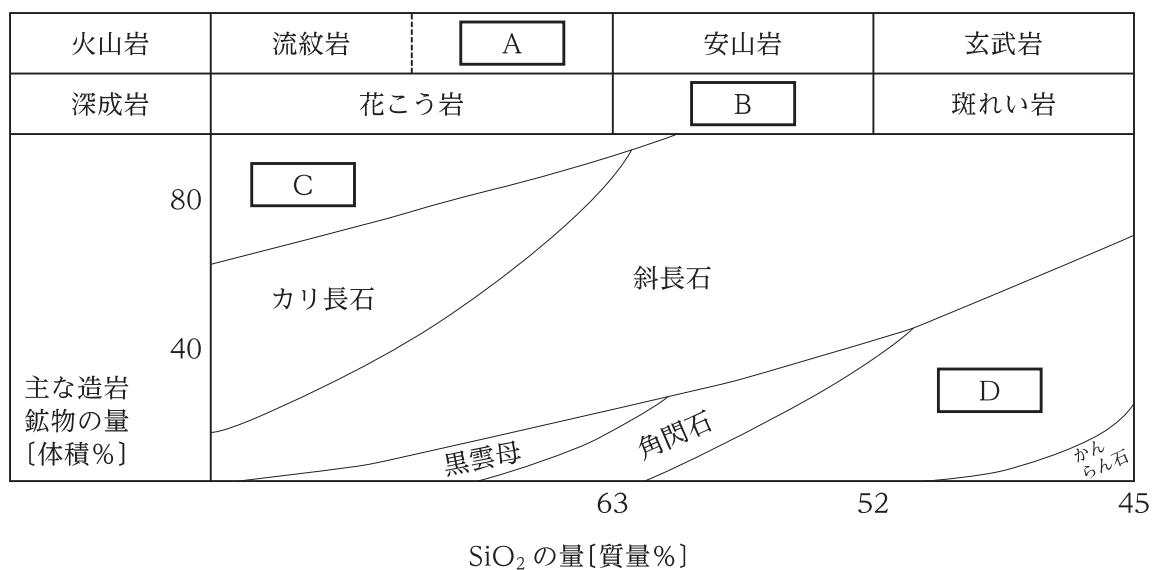
1. ㉔
2. ㉔、㉕
3. ㉕、㉖
4. ㉖
5. ㉞

【No. 108】 サンゴ骨格、二枚貝の殻等の生物源炭酸塩の酸素同位体比は、過去の海水温の値を推定する際の代理指標になる。炭酸塩の酸素同位体比($^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$)自体は質量分析計によって測定されるが、過去の海水温の推定値を計算によって求める際には、 $\delta^{18}\text{O}$ と呼ばれる量をパーミル単位で表した値を用いるのが慣例である。 $\delta^{18}\text{O}$ を表す式として最も妥当なのはどれか。

ただし、測定試料(生物源炭酸塩)の酸素同位体比を R_{sample} 、標準試料の酸素同位体比を R_{std} とする。

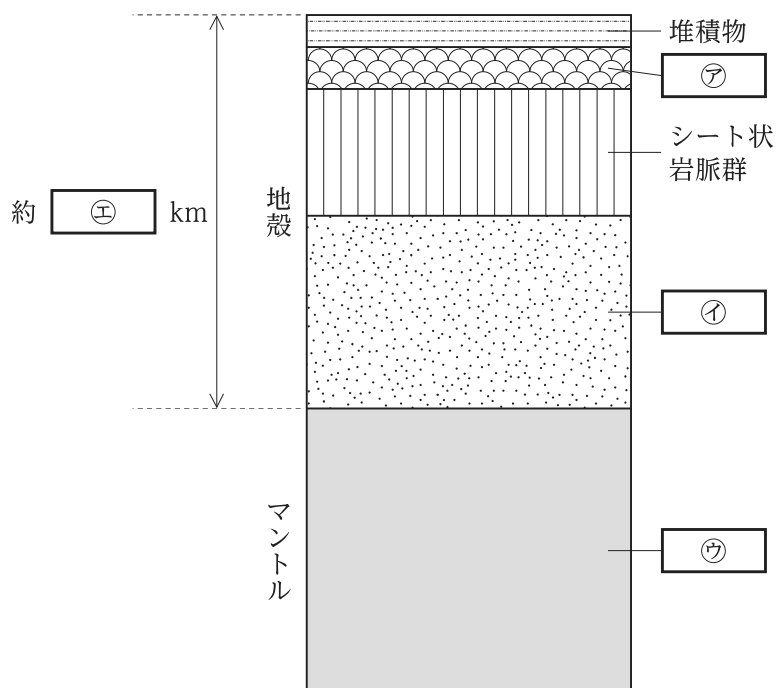
1. $\left(\frac{R_{\text{sample}}}{R_{\text{std}}} - 1\right) \times 100$
2. $\left(\frac{R_{\text{sample}}}{R_{\text{std}}} + 1\right) \times 100$
3. $\left(\frac{R_{\text{sample}}}{R_{\text{std}}} - 1\right) \times 1000$
4. $\left(\frac{R_{\text{sample}}}{R_{\text{std}}}\right) \times 1000$
5. $\left(\frac{R_{\text{sample}}}{R_{\text{std}}} + 1\right) \times 1000$

【No. 109】 図は、火成岩の分類を示したものである。図中の A～D に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。



	A	B	C	D
1.	デイサイト	閃緑岩	石英	輝石
2.	デイサイト	閃緑岩	方解石	輝石
3.	蛇紋岩	デイサイト	石英	輝石
4.	閃緑岩	デイサイト	方解石	石英
5.	閃緑岩	かんらん岩	輝石	石英

【No. 110】 図は、平均的な海洋プレートにおける地殻から最上部マントルまでの模式的な断面を示したものである。図中の㉖～㉙に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。



㉖	㉙	㉗	㉚
1. 枕状溶岩	斑れい岩	かんらん岩	6
2. 枕状溶岩	斑れい岩	花こう岩	60
3. 枕状溶岩	チャート	花こう岩	60
4. 流紋岩	斑れい岩	かんらん岩	60
5. 流紋岩	チャート	かんらん岩	6

【No. 111】 石灰岩に関する次の記述の㉖～㉙に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

「石灰岩は ㉖ を主成分とする岩石であり、二通りの生成過程がある。一つは、㉗ の殻など石灰質の成分を持つ生物の遺骸が海底に堆積したことによるもので、もう一つは、㉘ が ㉙ から析出し、海底に沈殿したことによるものである。

石灰岩は、我が国が現在自給できる唯一の鉱産資源ともいわれ、㉚ などの原料として使用されている。」

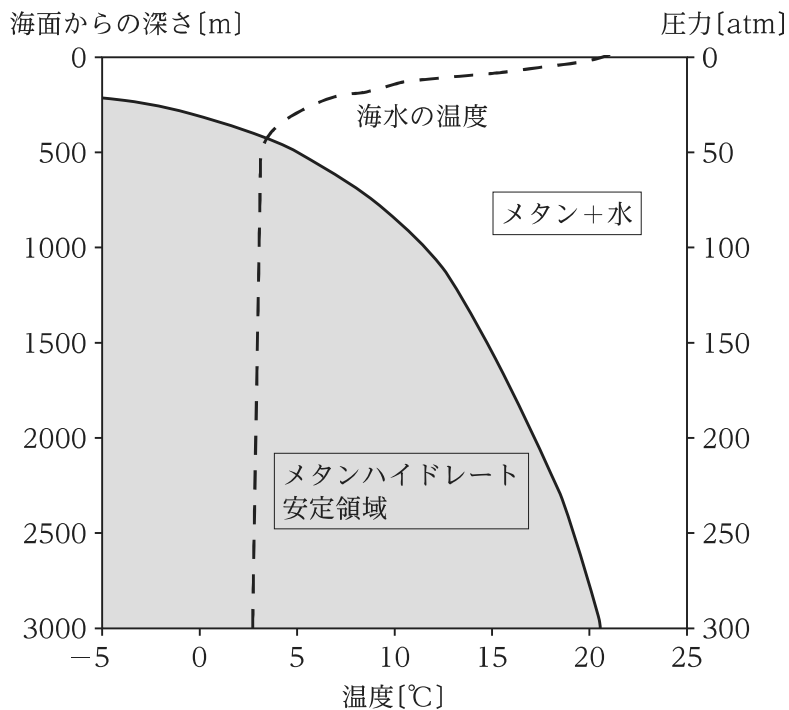
	㉖	㉗	㉘	㉙
1.	CaCO_3	有孔虫	海水	セメント
2.	CaCO_3	有孔虫	火山灰	石膏
3.	CaCO_3	放散虫	火山灰	セメント
4.	$\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	有孔虫	海水	石膏
5.	$\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	放散虫	火山灰	セメント

【No. 112】 変成作用に関する記述㉛～㉞のうち、妥当なもののみを全て挙げているのはどれか。

- ㉛ 接触変成作用は、水と触れることで生じる変成作用である。
- ㉜ 広域変成作用は、主に低温高圧型と高温低圧型に分類され、青色片岩は低温高圧型変成岩の代表である。
- ㉝ 三波川変成帯は代表的な高温低圧型変成帯の一つである。
- ㉞ 変成作用によって片理が発達した岩石のことを、片麻岩と呼ぶ。

1. ㉛
2. ㉛、㉜
3. ㉜
4. ㉝、㉞
5. ㉞

【No. 113】 図は、メタンハイドレートが安定的に存在できる温度・圧力境界(実線)、及び、海水の深さ方向の温度変化(破線)を示したものである。メタンハイドレートに関する記述㉖～㉚のうち、妥当なもののみを全て挙げているのはどれか。



- ㉖ 海底面が深い海域では、メタンハイドレートが安定に存在し得る層は薄くなる。
- ㉗ メタンハイドレートは低温かつ高圧の条件下で形成されるため、永久凍土の地下に存在できる。
- ㉘ メタンハイドレートは大陸から遠く離れた海洋深部に分布しており、大陸周辺の海底に有意な発見はない。
- ㉙ 全球的な寒冷化による海水準の低下や温暖化による海水温の上昇でメタンハイドレートが分解され、大量のメタンが海洋に放出される可能性がある。

1. ㉖
2. ㉖、㉘
3. ㉗、㉘
4. ㉗、㉙
5. ㉙

【No. 114】 岩石や鉱物中に 0.1 質量% 以下しか含まれていない元素を、微量元素と呼ぶ。マグマ中における微量元素の挙動を考える際には、分配係数と呼ばれる量が重要である。いま、ある微量元素を濃度 C_0 で含む岩石が部分熔融してマグマが生じる場合を考える。生成したマグマ中における微量元素の濃度を C_L とし、マグマと融け残りの固相との間に化学平衡が成り立っているとき、 $\frac{C_L}{C_0}$ を表す式として最も妥当なのはどれか。
ただし、分配係数を D 、部分熔融度を F とする。

1. $\frac{1}{F + D + FD}$
2. $\frac{1}{F + D - FD}$
3. $\frac{FD}{F + D + FD}$
4. $\frac{FD}{F + D - FD}$
5. $\frac{FD}{F + D}$

【No. 115】 日本の地質災害に関する記述㉖～㉙のうち、妥当なもののみを挙げているのはどれか。

- ㉖ 平成 23 年(2011 年)東北地方太平洋沖地震の際、東北地方では最大 5.3 m 西に移動する地殻変動がみられた。
- ㉗ 南海トラフ地震は、南海トラフ周辺を震源とする海溝型地震で、過去 1400 年間をみると、約 100～200 年の間隔で繰り返し起きていていると考えられている。
- ㉘ 斜面災害は、一般に、がけ崩れ、土石流、地すべりに分けられる。地すべりは、がけ崩れや土石流と比べて、移動速度が速く、影響範囲が広範囲にわたることが多い。
- ㉙ 火山の噴火や山体崩壊に伴う碎屑物が海に流入し、津波を起こすことがある。

1. ㉖、㉗
2. ㉖、㉘
3. ㉗、㉘
4. ㉗、㉙
5. ㉘、㉙

科目別構成の詳細

科 目	出 題 数	問 題 番 号	ペ ー ジ	解 答 題 数
I 部 必須問題 基礎数学・情報数学	5 題	No. 1～No. 5	1～3	5
II 部 選択問題 次の選択 A, B (各 10 題) から一つ選択 選択 A 数理科学系 線形代数、解析、確率・統計 選択 B 物理・地球科学系 基礎物理、地球科学	(20 題) 10 題 10 題	(No. 6～No. 25) No. 6～No. 15 No. 16～No. 25	(4～20) 5～10 11～20	10
III 部 選択問題 次の 17 科目 90 題から 25 題選択 集合・位相、代数、幾何、解析、 確率・統計、情報理論、計算機数学、 離散数学、数値計算、数学モデル、 オペレーションズ・リサーチ、 経営工学(経営数学・生産管理・品質 管理)、物理数学、古典物理学、 現代物理学(物性物理学を含む。)、 地球物理学、地質学	90 題	No. 26～No.115	21～90	25
				合 計 40

解答方法

I 部の必須問題 5 題(No. 1～No. 5)を全て解答するとともに、**II 部の選択 A 又は選択 B**(それぞれ 10 題ずつ)からどちらか任意の一つ、及び、**III 部の 90 題から任意の 25 題**を解答し、合計 40 題を解答してください。

C1C2－2026 数理科学・物理・地球科学 専門（多肢選択式）

正答番号表

No	正答	No	正答	No	正答	No	正答
1	5	31	2	61	1	91	4
2	4	32	4	62	5	92	5
3	4	33	1	63	1	93	2
4	3	34	3	64	3	94	2
5	3	35	2	65	1	95	3
6	5	36	1	66	5	96	3
7	3	37	1	67	1	97	4
8	4	38	5	68	1	98	3
9	1	39	2	69	4	99	2
10	1	40	4	70	2	100	2
11	4	41	3	71	5	101	3
12	3	42	5	72	4	102	5
13	3	43	1	73	2	103	5
14	5	44	5	74	2	104	5
15	4	45	4	75	4	105	4
16	4	46	2	76	3	106	2
17	2	47	3	77	2	107	3
18	3	48	1	78	4	108	3
19	1	49	1	79	4	109	1
20	2	50	4	80	2	110	1
21	3	51	2	81	1	111	1
22	4	52	4	82	5	112	3
23	2	53	2	83	3	113	4
24	5	54	4	84	4	114	2
25	2	55	5	85	5	115	4
26	1	56	2	86	3		
27	4	57	2	87	5		
28	3	58	1	88	3		
29	5	59	4	89	3		
30	2	60	3	90	2		