

H6-2023-

数 学

学科(記述式)試験問題

注 意 事 項

1. 問題は **3 題**で、解答時間は **1 時間 20 分**です。
2. 答案用紙の記入について
 - (ア) 答案は濃くはっきり書き、書き損じた場合は、解答の内容がはっきり分かるように訂正してください。また、答案用紙の表側だけで書ききれないときは、「**裏に続く**」と書いて裏側を使用してください。
 - (イ) 答案用紙は、表紙を除き **6 枚つづり 1 冊**です。
 - (ウ) 答案用紙の表紙の各欄にそれぞれ必要事項を記入してください。
[]—()— の欄は [H6]—(2023)—**数 学** と記入してください。
 - (エ) 答案用紙各枚の右上の(ページ)欄に上から順にページ数を記入してください。
 - (オ) 下記のとおり指定されたページを使って解答してください。

| | |
|---------|-----------|
| 【問題番号】 | (ページ) |
| 【No. 1】 | (1 ~ 2) |
| 【No. 2】 | (3 ~ 4) |
| 【No. 3】 | (5 ~ 6) |
 - (カ) 答案用紙各枚の左上にある(No.)の欄には問題番号を記入してください。
 - (キ) 試験の公正を害するおそれがありますので、答案用紙の氏名欄以外に氏名その他解答と関係のない事項を記載しないでください。
3. この問題集は、本試験種目終了後に持ち帰りができます。
4. 本試験種目の途中で退室する場合は、退室時の問題集の持ち帰りはできませんが、希望する方には後ほど渡します。別途試験官の指示に従ってください。なお、試験時間中に、この問題集を切り取ったり、転記したりしないでください。
5. 下欄に受験番号等を記入してください。

| | | |
|----------|------|-----|
| 第 1 次試験地 | 受験番号 | 氏 名 |
|----------|------|-----|

指示があるまで中を開いてはいけません。

【No. 1】 以下の設問に答えよ。

- (1) $\tan \alpha = \sqrt{2}$, $\tan \beta = -1$ のとき、 $\tan(\alpha + \beta)$ の値を求めよ。ただし、答えの分母を有理化すること。
- (2) 赤玉 4 個、青玉 2 個、白玉 1 個を 1 列に並べるとき、その並べ方は全部で何通りあるか。
- (3) 全体集合を $U = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ の約数}\}$ とする。 $A = \{x \mid x \in U, x \text{ は } 2 \text{ の倍数}\}$,
 $B = \{x \mid x \in U, x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$ とするとき、集合 $A \cap \bar{B}$ の要素を書き並べて表せ。ただし、 \bar{B} は集合 B の補集合である。
- (4) 関数 $y = 2\sqrt{2} \sin x + \cos 2x$ ($0 \leq x \leq \pi$) の最大値及び最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

【No. 2】 三角形 OAB において $OA = 4$, $OB = 3$, $AB = \sqrt{13}$ とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。以下の設問に答えよ。

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。

(2) 三角形 OAB の垂心を H とするとき、 \overrightarrow{OH} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

(3) 三角形 OAB の重心を G とする。点 P を $\overrightarrow{HP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{HG}$ により定めると、点 P は三角形 OAB の外心となることを示せ。

【No. 3】 以下の設問に答えよ。

- (1) 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ が異なる実数解 α, β をもつとき、等式 $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ が成り立つ。このとき、以下の等式を証明せよ。

$$\int_{\alpha}^{\beta} (ax^2 + bx + c)dx = -\frac{a}{6}(\beta - \alpha)^3$$

- (2) a 及び k を定数とし、 $k > 0$ とする。二つの関数 $y = f(x) = x^2$ と $y = g(x) = -(x - a)^2 + k(a^2 + 1)$ を考える。

- (i) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ が異なる二つの共有点をもつような a の値の範囲を、 k を用いて表せ。
- (ii) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ が異なる二つの共有点をもつとき、 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた部分の面積 S が a の値に関係なく一定となるような k の値を求めよ。また、そのときの S の値を求めよ。